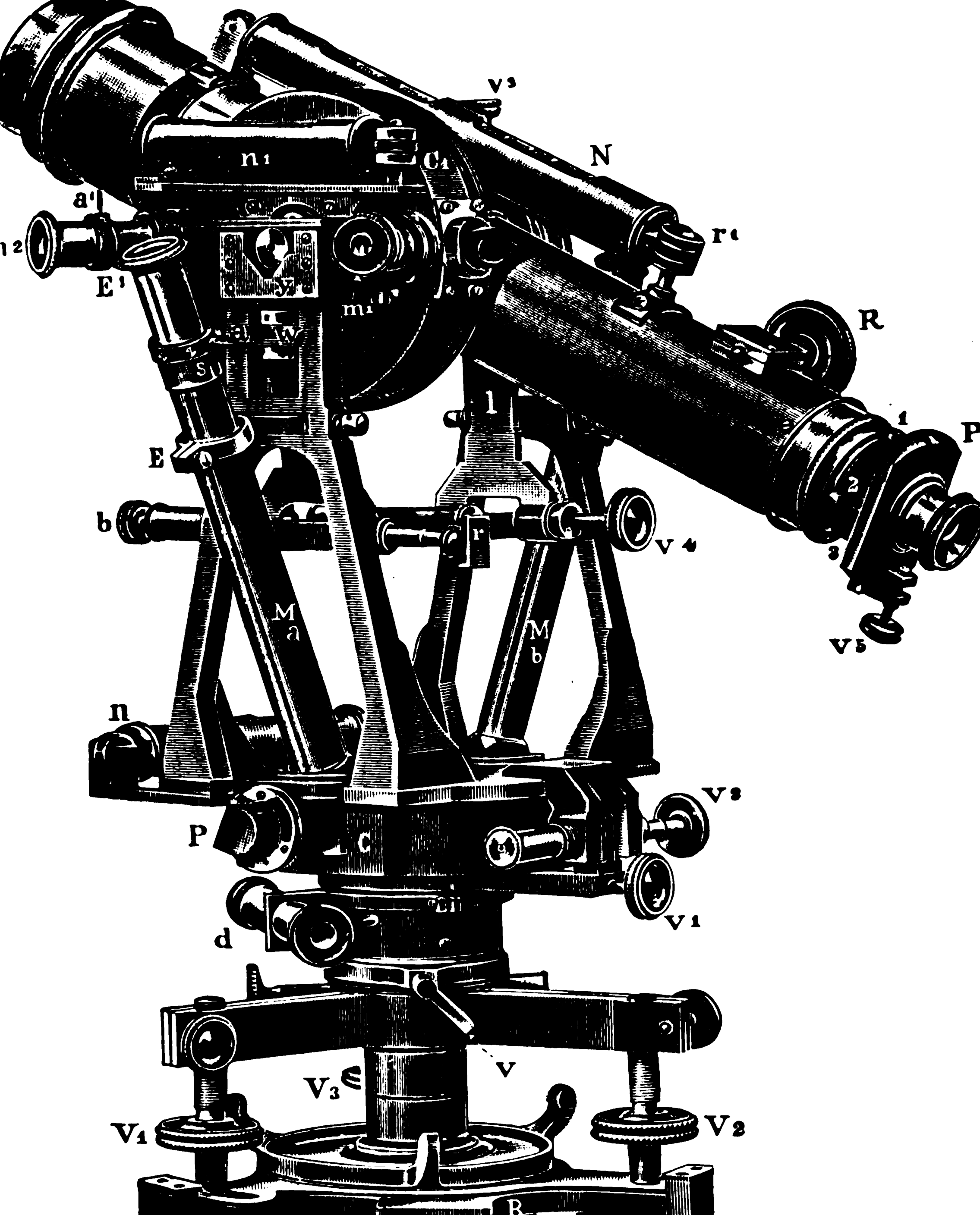


Le tachéomètre et ses applications aux levers de plans et aux tracés de chemin ...

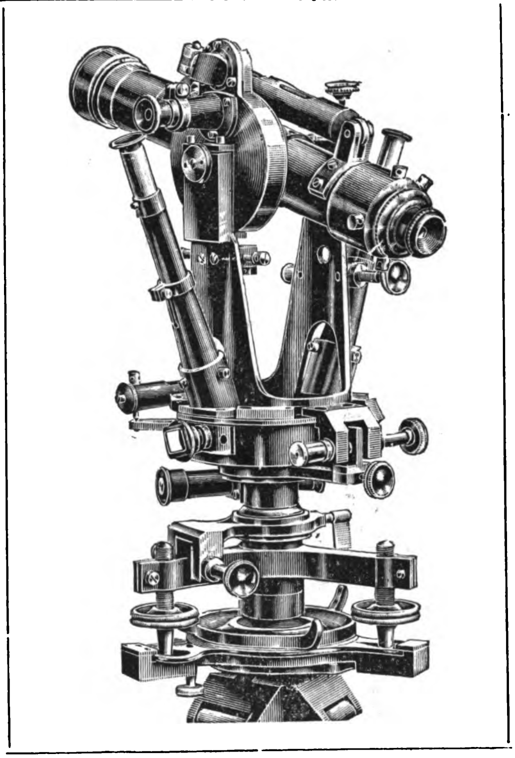
Giuseppe d'. Angelo, Joseph d' Angelo

LE TACHÉOMÈTRE

ET SES APPLICATIONS AUX LEVERS DE PLANS et aux TRACÉS DE CHEMIN DE FER

Autoréduction — Photogrammétrie

PAR
Joseph d'ANGELO
Ingénieur Civil



PARIS
RUE DES SAINTS-PÈRES, 15
LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE, CH. BÉRANGER, ÉDITEUR
SUCCESSEUR DE BAUDRY ET Cie
MÊME MAISON A LIÉGE RUE DE LA RÉGENCE, 21
1906

I

HISTORIQUE. GÉNÉRALITÉS SUR LE TACHÉOMÈTRE.

—

Historique. — Le Tachéomètre est surtout un instrument de physique dans lequel le verre joue le rôle principal. Son historique peut être considéré à un double point de vue : celui du système optique et celui de l'armature métallique, chacune de ces deux parties ayant son histoire séparée, indépendante, mais chronologiquement très écartée. L'origine des lentilles que comporte le système optique remonte à la plus haute antiquité, l'armature métallique constitue par contre une invention relativement moderne.

M. P. Goubil (1), dans la *Chronologie Chinoise*, dit que l'Empereur Chan aurait eu recours en l'an 2283 avant J.-C., à un instrument d'optique pour observer les planètes. Aristophane, (2) dans une de ses plus célèbres comédies, *Les Nuages*, au 2e acte, introduit sur la scène Strepsiade qui met en dérision Socrate et enseigne une nouvelle méthode d'effacer l'écriture, qui consiste à interposer entre le soleil et le manuscrit une pierre transparente que vendaient les droguistes. Il s'agit évidemment d'une lentille convexe.

Dans *l'Athenaum français* du 18 Septembre 1872, M. David Brewster annonçait qu'on avait trouvé dans les fouilles de Ninive (3) une lentille de cristal ayant appartenu à un instrument d'optique.

---

(1) Echo du monde savant. 3 avril 1835.
(2) Poète comique d'Athène, contemporain de Platon et de Socrate, 500 ans avant J.-C.
(3) Ville de l'Asie ancienne, fondée en 2460 avant J.-C.

Le phare d'Alexandrie, une des sept merveilles du monde ancien, si nous devons en croire les descriptions que plusieurs auteurs nous ont laissées, était muni d'une lentille de 5 palmes de diamètre.

L'usage des verres d'optique est enfin démontré par ce fait que la pleïade de graveurs en pierres fines, grecs et romains, n'aurait pu nous léguer des bijoux si finement gravés, sans le concours d'une lentille de grossissement, aujourd'hui même nécessaire pour pouvoir apprécier la haute valeur artistique de ces objets.

Cependant les anciens ne se rendirent pas compte de toute l'importance des propriétés optiques des lentilles : par conséquent l'usage de celles-ci fut très restreint.

Il faut traverser toute la civilisation romaine et les travaux scientifiques du Moyen-âge pour arriver à la naissance de l'optique, qui se manifesta au commencement du XIVe siècle par l'invention de la lunette.

C'est en Italie qu'on en indique les premières traces. Dans un manuscrit italien de 1299 on lit : *Mi trovo così gravoso d'anni che non avrei valenza di leggere e di scrivere secza vetri appellati occhiali, trovati novellamente per comodità dei poveri vecchi, quando affiebolano di vedere.* (Je me trouve si accablé d'ans que je ne saurais ni lire ni écrire sans verres appelés lunettes, découvertes récemment pour la commodité des pauvres vieux, qui ont leur vue affaiblie).

D'autre part le *Dizionario della Crusca* nous apprend au mot *Occhiali* que le frère Giordano di Rivalto dans un de ses sermons en 1305 faisait allusion à l'invention des lunettes qui datait depuis une vingtaine d'années et que d'après un monument qui existait dans la cathédrale de Florence, l'inventeur des lunettes était Salvino. Ce monument portait cette inscription : *Qui giace Salvino d'Armento di Firenze inventore delli occhiali etc.,* (Ici gît Salvino d'Armento de Florence, inventeur des lunettes, etc).

Mais c'est au XVIe siècle que se réalisent les progrès les plus rapides de l'optique.

En 1549 le napolitain J. B. Porta dans sa *Magia Naturale* indique la manière de construire un télescope.

Ce fut enfin Galilée (1620) qui perfectionna cet instrument et s'en servit pour faire ses célèbres découvertes que tout le monde connaît.

En ce qui concerne l'application du système optique aux instruments destinés aux opérations topographiques, il paraît que le premier instrument pour les levers des plans a été inventé par un anglais L. Digges, en 1571. Cet appareil se composait

d'un cercle horizontal divisé et d'un demi-cercle vertical muni d'une alidade à pinnules constituant la ligne de visée.

Plus tard, vers la moitié du XVII[e] siècle, on remplaça l'alidade à pinnules par une lunette astronomique et le marquis de Malvasia disposa au foyer de la lunette un réticule de fils d'argent pour pouvoir apprécier les distances.

C'est le point de départ de la Tachéométrie.

Picard, dans son traité du nivellement fait aussi allusion au réticule et à propos de l'emploi du niveau dans les opérations du nivellement, il dit qu'il faut le placer « *à distance à peu près égale, je dis à peu près ce qui sera assez juste, soit par la simple estimation, soit par le moyen de la lunette dans laquelle un même objet occupe certaine partie de l'ouverture plus ou moins grande, à proportion qu'il est plus ou moins éloigné* ».

Successivement un opticien de Londres, Green, et Reichenbach de Munich introduisirent d'importantes modifications et perfectionnements à ce procédé. Le premier (1770) en disposant sur le réticule deux fils horizontaux entre lesquels on pouvait lire les distances, le second (1809) en donnant à la méthode sa rigueur scientifique.

Mais ce fut Porro, colonel de l'armée italienne qui rendit cet instrument vraiment pratique.

Pour juger de la valeur de cet instrument que l'inventeur appela Tachéomètre, des commissions furent nommées en Italie et en France. Les rapports qu'elles présentèrent furent extrêmement favorables et dès 1859, M. Moinot, ingénieur de chemin de fer de Lyon à la Méditerranée l'employa avec grand succès pour les études du tracé de chemin de fer de Nice à Gênes.

Ensuite MM. Pornet et Schoken, Pitoli, Charles, Picard l'adoptèrent successivement pour les études des lignes du midi de l'Espagne, de la Sicile, de l'Italie méridionale ; la compagnie Hirsch pour l'étude du réseau turc.

En même temps, on s'en servait en Autriche sur les lignes de Dalmatie, de Sallière ; en Italie, sur les lignes Gênes-Alexandrie, en Belgique, sur la ligne Bleyberg-Welkenraedt, etc.

La supériorité du tachéomètre sur l'ancien procédé des profils en travers était incontestable.

Généralités sur le Tachéomètre et son emploi. — L'instrument représenté par la fig. 1 est un des derniers modèles de Tachéomètre-Cleps à lunette centrale construit par la Maison Salmoiraghi de Milan.

Il se compose essentiellement d'un cercle horizontal gradué C d'un cercle vertical gradué C_1 pouvant tourner respectivement autour d'un axe vertical et d'un axe horizontal, d'une lunette

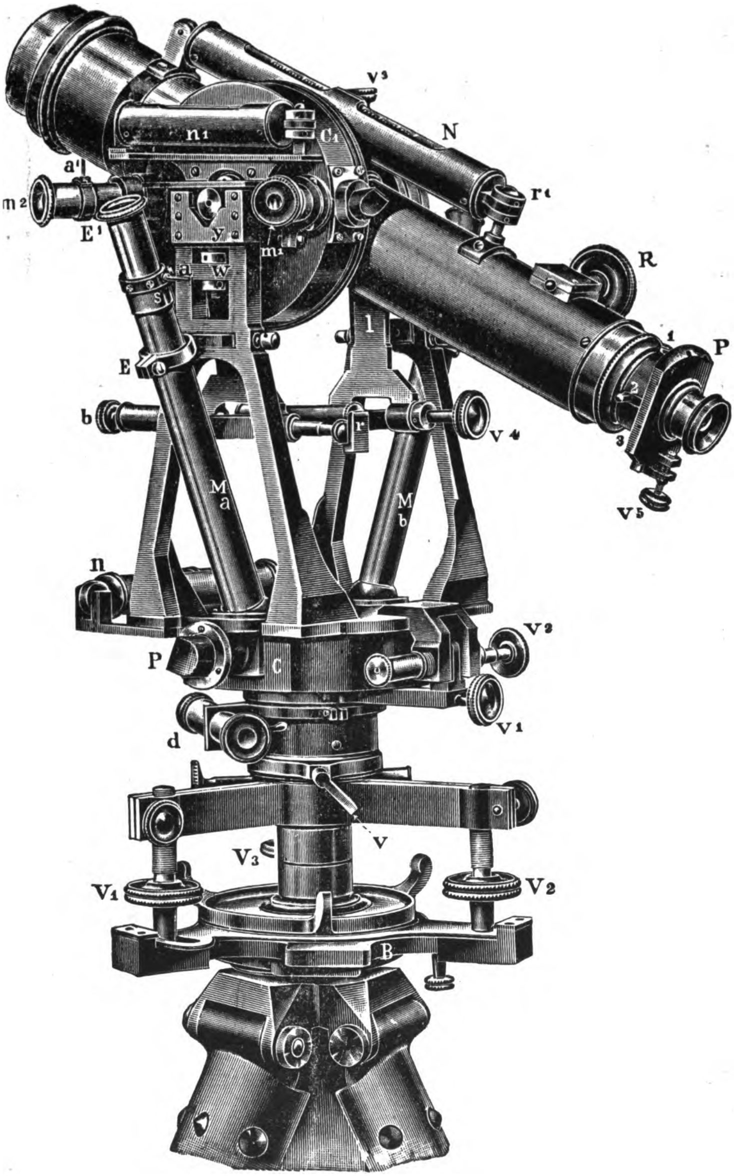

a'
m2
E'
n1
C1
V3
N
r'
y
m1
W
a
S
R
E
l
1
P
2
3
b
r
V4
V5
M
a
M
b
n
V2
P
C
V1
d
V
V3
V1
V2
B

Fig. 1

parallèle au cercle vertical et pouvant tourner autour du même axe. Les deux cercles ont des mouvements indépendants l'un de l'autre, le déplacement de gauche à droite ou de droite à gauche de la partie supérieure de l'appareil pouvant entraîner ou non celui du cercle inférieur.

De même la lunette peut se mouvoir dans le plan vertical avec ou sans le cercle voisin.

Le cercle vertical a son limbe divisé en grades, chaque grade est divisé en 10 parties. La lecture des angles se fait au moyen de deux microscopes disposés diamétralement : on peut atteindre ainsi l'approximation de 0,005 de grade.

La fixation de la lunette à ce cercle est assurée par une vis de pression V_3 et une vis de rappel qu'on serre ou déserre selon l'effet que l'on veut obtenir.

Toute cette partie supérieure repose sur un bâti tournant autour de l'axe vertical de l'instrument par le moyen d'une douille à pivot.

Une seconde vis d'arrêt V^1 et une vis de rappel V^2 analogue à la précédente, remplissent vis-à-vis du cercle horizontal le même office que les premières vis-à-vis du cercle vertical.

Le cercle horizontal, appelé cercle azimutal, est comme le cercle zénital, répétiteur ; son limbe, divisé en grades, donne par l'intermédiaire de deux microscopes M_a M_b l'approximation de 0,005 de grade.

Une douille à pivot permet de faire tourner le cercle horizontal autour d'une colonne qui repose sur un trépied à vis calantes V_1 V_2 V_3 ; *d* est le tube magnétique ou déclinatoire : il porte à l'intérieur une aiguille aimantée librement suspendue et, lorsque la pointe de cette aiguille correspond au zéro des divisions gravées sur son objectif, la ligne de foi du cercle horizontal est orientée suivant le méridien magnétique.

Enfin des niveaux à bulle d'air N, n, n_1 fixés tant sur la lunette que sur les deux cercles, zénital et azimutal, permettent le réglage et la mise au point de l'appareil.

Dans le Tachéomètre, la lunette astronomique simple est remplacée par la lunette anallatique : c'est la caractéristique fondamentale qui le différencie du Théodolite ; en d'autres termes à l'intérieur de la lunette est un tube anallatique qui permet d'amener à son centre le sommet commun des triangles observés et d'observation et à les maintenir dans un rapport indépendant du mouvement de l'oculaire. La lunette est fixée, de même que le cercle vertical à l'axe horizontal A, avec lequel elle tourne.

Opérations que l'on peut effectuer avec le tachéomètre. — D'une manière générale, voici les opérations que l'on peut effectuer avec cet instrument :

La lunette étant pointée sur une *stadia*, maintenue sur le point à déterminer, l'instrument donne pour la ligne qui joint ce point à la station :

1° Son orientation, qu'on lit sur le limbe horizontal.

2° Son inclinaison, qu'on lit sur le limbe vertical.

3° Sa longueur qu'on peut conclure du nombre de divisions de la stadia comprises entre les fils stadimétriques.

De ces trois éléments, on déduit sur le plan la représentation du point visé, soit par des constructions graphiques, soit par le calcul des coordonnées rélatives du point et de la station, puis par le calcul, la différence de niveau des deux points.

On se rend compte, par cet aperçu sommaire, de la méthode et de ses résultats, de son incontestable supériorité sur toutes celles suivies jusque là en Géodésie et en Topographie.

L'emploi du tachéomètre dans les opérations topographiques a en outre l'avantage que l'on peut effectuer les levers avec une grande rapidité. Citons à cet effet quelques-uns des nombreux exemples d'études effectuées avec les premiers modèles de tachéomètres construits par l'inventeur Porro.

La carte du Duché de Gênes fut exécutée en trois mois par quelques soldats du génie militaire Piémontais : elle a été dessinée dans 90 feuilles comportant 450000 coordonnées. Les opérations pour l'étude planimétrique et altimétrique du chemin de fer de Gênes à Turin ont été faites par 5 opérateurs seulement, dans l'espace de 70 jours, pendant lesquels ils ont levé 18000 points sur une étendue de 128 kilomètres de cheminement principal, secondaire et variantes. L'étude pour le passage du Simplon fut exécutée par un seul opérateur, sur une étendue de 52 kilomètres, y compris les zones destinées à toutes les variantes possibles.

L'étude compliquée de la ligne Belmez à Cordoue dans l'Andalousie, pour laquelle cinq ingénieurs avaient vainement employé douze ans, fut effectuée en 42 jours par des ingénieurs italiens : la longueur totale de la ligne est de 85 kilomètres environ. Dans le Brésil enfin, le gouvernement ne trouvait personne osant entreprendre l'étude d'un réseau de voies de communications à travers les impénétrables forêts qui recouvraient presque la totalité de ce vaste empire. Deux ingénieurs français, en deux ans, résolurent entièrement au moyen des méthodes tachéométriques le difficile problème.

Mais la construction du Tachéomètre est basée essentiellement sur les propriétés des lentilles ; nous croyons donc utile de rappeler d'une manière concise et rapide les principes généraux élémentaires de la théorie optique geométrique des lentilles, limités aux organes intéressant le plus directement les fonctions de la lunette.

II

NOTIONS D'OPTIQUE

a) LENTILLES

Lois de la réfraction. — On appelle *système dyoptrique* un système composé de milieux transparents quelconques séparés par des surfaces sphériques. Le problème général de la détermination des rayons lumineux émergents, étant donné un système de rayons lumineux incidents, repose sur les lois suivantes de la réfraction : *1° Le rayon incident, le rayon réfracté et la normale à la surface réfringente menée par le point d'incidence, sont dans un même plan. 2° Le rapport des sinus des angles d'incidence et de réfraction est constant.*

Application des lois de la réfraction aux lentilles. Formules générales. Axe principale. — On désigne sous le nom de lentilles des masses de verre transparent dont les surfaces sont ou planes ou formées de portions de sphère. On distingue les *lentilles sphériques en lentilles convergentes* ou *biconvexes, divergentes* ou *biconcaves, plan-convexe, plan-concave, ménisque convexe, ménisque concave.*

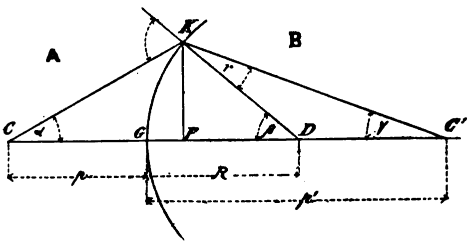


Fig. 2

Les effets des lentilles se déduisent facilement des lois de la

réfraction. Soient A, B (fig. 2) deux milieux inégalement réfringents, séparés par une portion de sphère, C un point lumineux situé dans le milieu A, D le centre de la sphère dont la surface sépare les deux milieux, *n* l'indice de réfraction de B par rapport à A. Considérons un rayon parti du point C tombant en K. Il se réfractera et si $n > 1$, il se rapprochera de la normale et viendra couper en C', par exemple, la droite CD (*axe principale*). Joignons DK, c'est une droite normale à la surface de séparation. Si nous prenons pour plan de la figure celui qui contient le rayon CK, et la normale DK, nous savons, d'après la première loi de la réfraction que le rayon réfracté sera dans le plan d'incidence, c. à d. dans le plan de la figure. La deuxième loi de la réfraction donne la rélation:

$$\sin i = n \sin r$$

En désignant par α, β et γ les angles formés par les lignes CK DK, C'K on a :

$$i = \alpha + \beta \text{ et } r = \beta - \gamma \text{ et par conséquent}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = n \sin(\beta - \gamma)$$

Si l'on admet que les angles i et r sont assez petits pour qu'on puisse confondre les arcs avec les sinus, on a cette approximation :

$$i = nr, \text{ ou } \alpha + \beta = n(\beta - \gamma).$$

ou en remplaçant les angles α, β, γ, qui sont aussi très petits, par leurs tengeantes, on a:

$$\frac{FK}{CF} + \frac{FK}{DF} = n\left(\frac{FK}{DF} - \frac{FK}{C'F}\right)$$

En supprimant le facteur commun FK et considérant la longueur FG comme négligeable, la formule se réduit à

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{R} = n\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{p'}\right)$$

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p'} = \frac{n-1}{R}$$

Cette formule n'est qu'approchée, puisque l'on a dû négliger certaines quantités pour l'établir. En confondant, comme on l'a fait, les sinus avec les arcs, on commet une erreur que l'on démontre, en Trigonométrie, être plus petite que le quart du cube de l'arc exprimé en fonctions du rayon. De même, en confondant les arcs et les tangentes, on commet une erreur plus petite que le tiers du cube de l'arc. En négligeant FG, cela revient à considérer le cosinus de B comme égal à l'unité et l'on commet ainsi une erreur plus petite que la moitié du carré de l'arc. Avec ces approximations on trouve que tous les rayons émis par le point C vont tous passer par le point C'. Ils y forment une image de point C.

Si l'on considère maintenant une lentille biconvexe, la formule précédente s'applique à condition de prendre pour indice de réfraction *n* pour le rayon d'entrée et $^1/_n$ pour le rayon de sortie et de compter les diverses longueurs positivement, lorsqu'elles sont comptées dans le sens considéré et négativement dans le sens inverse.

En combinant la nouvelle équation

$$\frac{1}{p'} + \frac{\frac{1}{n}}{p'} = - \frac{\frac{1}{n} - 1}{R'}$$

avec la précédente, on arrive à la formule générale :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = (n - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

Dans cette formule, on a négligé l'épaisseur de la lentille en plus des approximations précédentes.

Distance focale principale. — Si, dans cette formule, on fait p infini, p' prend une certaine valeur que l'on appelle ***distance focale principale*** de la lentille et que l'on désigne par f ; la formule précédente devient alors :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \text{ (\textit{Équation aux foyers conjugués})}$$

On appelle *foyers* les points où vont concourir les rayons réfractés ou leurs prolongements ; *foyer principal*, le point où les rayons réfractés par la lentille coupent l'axe principal, les rayons incidents étant supposés parallèles, c'est-à-dire le point lumineux placé à une distance infinie sur l'axe principal.

La valeur de la distance focale principale pour une lentille biconvexe, d'après la formule précédente, est donnée par l'équation :

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

qui se simplifie dans le cas des lentilles plan-convexe et devient :

$$\frac{1}{f} = \frac{n - 1}{R}, \text{ ou } f = \frac{R}{n - I}$$

Pour les lentilles biconvexes, on a :

$$\frac{1}{f} = -\left(n - 1\right)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

pour les lentilles plan-concaves :

$$\frac{1}{f} = -\frac{n - 1}{R}$$

pour les ménisques :

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right)$$

Le ménisque est divergent si $R < R'$; il est convergent si $R > R'$

Aberration longitudinale — Valeur minimum. — Cette formule montre que avec les approximations adoptées, tous les rayons partis d'un même point C vont converger au même point C'. Quand on prend un terme de plus, on trouve que les rayons marginaux c.-à.-d. tombant sur les bords de la lentille, vont former leur foyer plus près que les rayons centraux.

On appelle ***aberration longitudinale*** la distance de ces deux foyers. Si l'on développe en série sin $(\alpha + \beta)$ et sin $(\beta - \gamma)$ et on prend un terme de plus, l'aberration longitudinale est égale à :

$$n^2 f \frac{y^2}{2} (aR^2 + b\,RR' + c\,R'^2)$$

a, b, c sont des fonctions de l'indice de réfaction et y est le demi diamètre de la lentille.

Le trinôme entre parenthèses ne peut être rendu nul par un choix convenable des rayons R et R'; mais il peut être rendu minimum, pour une certaine valeur du rapport $\frac{R}{R'}$; cette valeur est 6.

Il y a donc avantage, quand on n'emploie qu'une lentille, à prendre une lentille dont un rayon de courbure est six fois plus petit que l'autre et à tourner vers l'objet la surface la moins convexe. Dans ce cas, l'aberration longitudinale a pour valeur $\frac{15\,y^2}{14f}$. Avec la première approximation, la formule montrait qu'il était indifférent de présenter en regard de l'objet l'une plutôt que l'autre face de la lentille; la formule plus approchée montre qu'il n'en est plus de même et avec la lentille donnant l'aberration minimum, cette aberration devient plus de trois fois plus considérable quand on met en regard de l'objet la face la plus bombée.

Discussion de la formule générale. = Si dans la formule générale.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = (n - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

a) On fait $p = \infty$

On a

$$f = p' = \frac{1}{(n - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)}$$

que nous avons appelé distance focale principale. Le foyer principal d'une lentille est donc le point de concours des rayons parallèles. Si l'objet se rapproche de la lentille, p diminue, p′ augmente et l'image.

b) Quand l'objet est à une distance $p = 2f$ de la lentille, on trouve que $p' = 2f$. L'image et l'objet sont donc à égales distances de la lentille. Si p continue à décroitre, p′ continue à augmenter j'usqu'à ce que p soit égale à f ; alors p′ est infini. Les rayons qui proviennent d'un point lumineux situé au foyer d'une lentille deviennent parallèles après leur passage à travers la lentille.

c) **Image virtuelles.** — Si $p < f$, p′ devient négatif, infiniment grand en valeur absolue quand p est très voisin de f ; dans ce cas, les rayons après leur sortie de la lentille sont divergents, ils ne se coupent plus, leurs prolongements géométriques seuls se coupent du côté où se trouve le point lumineux et il en est ainsi lorsque p diminue entre f et o. On dit, dans ce cas, que l'image est *virtuelle*, l'œil peut la voir, mais elle ne peut être reçue par un écran.

Lentilles divergentes. — Pour les lentilles divergentes, f est négatif et, si l'on désigne par f_1 sa valeur absolue, la formule devient

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = - \frac{1}{f_1}$$

p décroissant depuis l'infini jusqu'à o , p′ qui est toujours négatif décroit en valeur absolue depuis $- f_1$ jusqu'à o. Les lentilles divergentes ne donnent donc pas d'images réelles, puisque p′ est négatif pour toutes les valeurs de p et que par conséquent les rayons sortent en divergeant de la lentille.

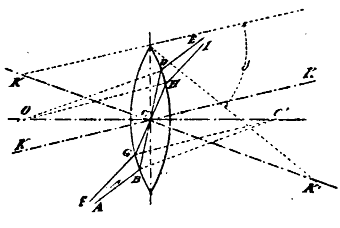


Fig. 3

Constructions géométriques des images données par les lentilles. — Parmis les rayons incidents, il y en a qui ne subissent, comme dans le cas des lames transparentes à faces parallèles, aucune déviation, mais un simple déplacement. Les rayons de courbure OD, OH ; O′B, O′G des deux surfaces de la lentille convexe (fig. 3) étant supposés égaux et deux à deux parallèles, un rayon AB qui traverse la lentille suivant BD, peut être considéré

comme traversant un milieu à faces parallèles et par conséquent sortira suivant la direction D E parallèle à A B.

Pour le rayon F G qui se trouve dans les mêmes conditions, on aura également H I parallèle à F G.

1. La position du point C (centre optique) où les rayons traversant la lentille se coupent est toujours invariable, soit que les rayons de courbure soient égaux (le point C est dans ce cas milieu de O O'), soit qu'ils soient inégaux le rapport $\frac{OD}{O'B}$ étant constant quels que soient les éléments parallèles ; il en est de même du rapport $\frac{OC}{O'C}$

En négligeant le déplacement des rayons semblables, ce qui revient à supposer négligeable l'épaisseur des lentilles, les droites qui en résultent s'appellent *axes secondaires*, auxquels on peut appliquer les mêmes propriétés de l'axe principal, vérifiées expérimentalement.

Un point lumineux K, par exemple, aura son foyer conjugué K' situé sur le même axe, après avoir subi la déviation d, et réciproquement, ce qui nous permet de trouver par une simple construction les images des objets lumineux placés à une distance quelconque de la lentille.

Lentilles convergentes. — Si le corps lumineux A B (fig. 4) est placé à une distance de la lentille plus grande que la distance focale principale, son image AB, *réelle et renversée* est déterminée par les points d'intersection des rayons déviés parallèles à l'axe principale, et des axes secondaires

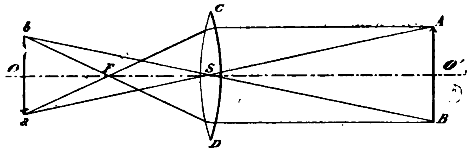


Fig. 4

En faisant la même construction pour un objet A B (fig. 5) placé à une distance moindre que la distance focale principale, l'i-

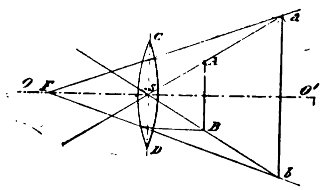


Fig. 5

mage résultante AB, *est virtuelle, droite,* et *plus grande que l'objet,*

tandis qu'elle est réjetée à l'infini quand l'objet est placé sur le foyer principal. (fig. 6) . Quant aux lentilles divergentes, en appliquant les mêmes principes et toujours dans l'hypothèse des faibles épaisseurs, il est facile de déterminer les foyers principaux et conjugués.

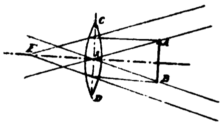


Fig. 6

D'après ce que nous avons dit, le foyer principal F (fig. 7) correspondant aux rayons A B , A′ B′ , parallèles à l'axe principal et le foyer conjugué f des rayons qui partent d'un point E situé sur

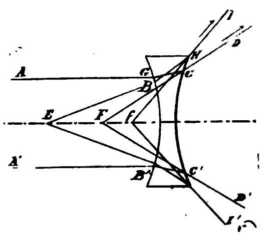


Fig. 7

l'axe principal, sont virtuels et virtuelles aussi résultent les images des objets réels, quelle que soit la distance de ces objets de la lentille. Le procédé pour leur détermination est analogue au précédent.

Pour un objet A B (fig. 8) placé à une distance quelconque de la lentille, son image est toujours virtuelle, droite, plus petite que l'objet.

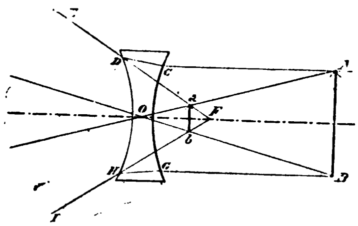


Fig. 8

Comme application des principes ci-dessus rappelés, proposons nous de déterminer l'image produite par un système de deux lentilles (fig 9): convexe la première (objectif), plan-convexe la deuxième

(oculaire) et disposées de manière que l'image virtuelle renversée

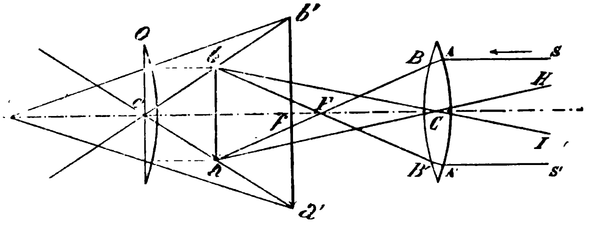


Fig. 9

a b produite par l'objectif tombe entre l'oculaire et son foyer principal f. Une simple inspection de la figure montre les constructions à effectuer pour cette détermination.

LUNETTE ASTRONOMIQUE

Description générale. — En pratique, on ne pourrait pas former une lunette avec une seule lentille, parce que l'objet à observer étant d'ordinaire à une distance très éloignée, son image réelle serait très petite ; d'autre part pour obtenir une image virtuelle il faudrait employer des lentilles d'une très grande distance focale ce qui est impossible à réaliser. Il faut donc employer au moins deux lentilles.

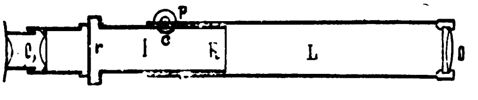


Fig. 10

La lunette astronomique dans sa forme la plus simple se compose de trois tubes cylindriques L, l, O_1 (fig. 10) glissant l'un dans l'autre et dont le premier porte à son extrémité l'objectif O, le second, *porte-réticule*, est muni d'un diaphragme sur lequel est fixé le réticule R, le troisième O_1 forme le système oculaire. La translation du tube *l* dans le tube L est obtenue au moyen d'une crémaillère *c* fixée dans le tube *l* et qui vient mordre dans un pignon denté *p* monté

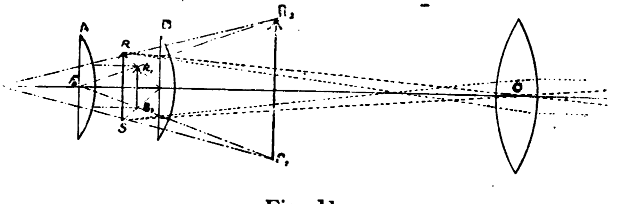


Fig. 11

sur le corps de la lunette. Le tube *porte-oculaire* peut glisser simplement dans le tube porte-réticule ; à cette effet, les deux lentilles de l'oculaire de Ramsden ou le *verre d'œil* de l'oculaire de Huygens

sont montés dans le tube porte-oculaire. C'est le mouvement rélatif de ce tube par rapport au tube porte-réticule qui permet d'éloigner ou de rapprocher à volonté l'oculaire de Ramsden de l'image R_1 S_1 (fig. 12) ou dans l'oculaire de Huygens le verre d'œil de l'image S^1 R^1 (fig. 11).

Oculaire — On appelle oculaire la lentille ou le système de lentilles dont on approche l'œil lorsqu'on doit faire une observation. Un premier système de verres nommé *objectif* donne l'image de l'objet que l'on a visé ; l'oculaire a pour but d'amplifier cette image ainsi que les fils du réticule. Les oculaires employés dans les instruments de topographie sont de deux espèces : les *oculaires négatifs*, ceux dont le plan focal principal de première éspèce est en arrière de leur première surface et les *oculaires positifs*, ceux pour lesquels ce plan est en avant de cette surface. L'oculaire négatif ou *oculaire* de *Huygens* (fig. 11) se compose de deux lentilles A, B plan-convexes dont les surfaces convexes sont tournées toutes les deux vers l'objectif: l'une de ces lentilles ayant pour distance focale principale f, l'autre, celle qui est plus voisine de l'objectif, a pour distance focale 3 f et la distance des 2 lentilles est 2 f. Avec ce système d'oculaire, le grossissement est les deux tiers de celui que donnerait la lentille de distance focale f employée seule, mais le champ est le double de ce que donnerait une lentille à oculaire simple de même grossissement. Aussi, l'un des verres de cet oculaire celui qui a pour distance focale 3 f est-il appelé *verre de champ*. Outre l'avantage présenté par l'agrandissement du champ cet oculaire offre surtout celui de donner des images plus nettes et mieux achromatisées. Dans la figure, l'image R_1 S_1 fournie par l'objectif se forme entre les deux lentilles. Les rayons lumineux issus de l'objectif, étant réfractés par la lentille B, l'image réelle R_1 S_1 est plus petite que RS que l'objectif O donnerait directement si B n'existait pas.

L'oculaire de Ramsden [fig. 12] se compose de deux lentilles plan-

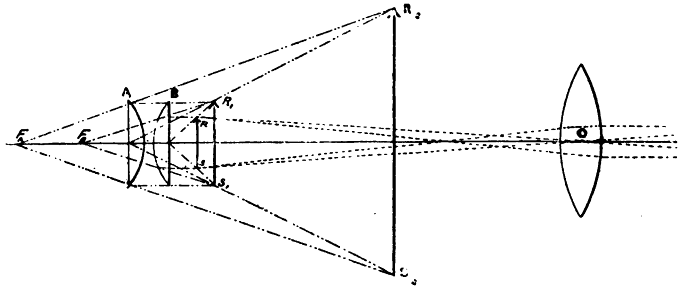


Fig. 12

convexes, A, verre d'œil, B, verre de champ dont les surfaces courbes sont tournées l'une vers l'autre. Une des plus fréquentes combi-

naisons des distances focales et des distances mutuelles des deux verres qui compose cet oculaire est la suivante : les deux lentilles ont même distance focale f et leur distance est $\frac{2}{3}$ f. Dans ce cas le grossissement est $\frac{4}{3}$ de fois plus grand que le grossissement fourni par un oculaire simple de distance focale f.

Le champ est aussi augmenté dans les mêmes proportions, à égalité de grossissement. Dans la figure, la lentille B fournit une première image virtuelle amplifiée en R S ; nous nous trouvons alors dans les mêmes conditions que si B n'existait pas et que l'objectif fournirait lui-même l'image R_1 S_1 . Cette dernière image subit une amplification par suite de l'interposition de A entre elle et l'observateur, qui enfin contemple une image R_2 S_2 doublement amplifiée.

Objectif. — L'objectif donne une image plus petite, réelle et renversée de l'objet éloigné ; cette image est regardée avec l'oculaire qui en fournit une image virtuelle agrandie de même sens que l'image primitive, de sens contraire à l'objet par conséquent. L'image réelle se forme à une distance du centre optique plus grande que la distance focale principale de l'objectif et d'autant plus près de cette lentille que l'objet visé est plus éloigné.

Irisation. Aberration de réfrangibilité. Objectif achromatique. Les images produites par les lentilles sont irisées sur leur contour : les lentilles réfractant la lumière comme les prismes doivent aussi la décomposer.

Les rayons rouges, par exemple, d'un faisceau de lumière blanche qui rencontrent une lentille convergente dans la direction parallèle

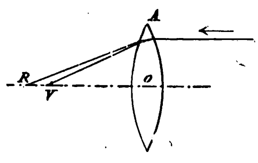


Fig. 13

à son axe principal forment (en raison de leur moindre réfrangi-



Fig. 14

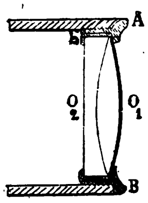


Fig. 15

bilité) un foyer sur un point R (fig. 13) plus distant que le foyer

V des rayons réfractés violets, tandis qu'entre ces deux points extrêmes seront interposés les foyers des rayons : orange, jaune, vert, bleu, indigo. Plus les lentilles sont convergentes, plus sensible est l'irisation de leur contour.

Pour supprimer ce défaut, nommé *aberration de réfrangibilité* on *achromatise* l'objectif en le formant de 2 lentilles inégalement refringentes : une lentille biconvexe A (fig. 14), O_1 (fig. 15) en verre commun ou *crown-glass* (silicate de soude et de chaux), matière dont on fait le verre à vitre, placée vers l'extérieur de la lunette et une lentille B ou O_2 (fig. 15) divergente, en cristal, ou *flint-glass*, (silicate de plomb et de potasse).

Quand les courbures des deux lentilles sont convenablement calculées, deux des couleurs du spectre forment leur foyer au même point : les rayons réfractés qui correspondent à ces deux couleurs se justaposent et les aberrations de réfrangibilité sont supprimées en grande partie.

Lunette dialytique à lentilles séparées. — Etant donné les difficultés de se procurer des lentilles sans défaut de dimensions convenables, il y a eu une époque où on a proposé de modifier les dispositifs des deux lentilles achromatiques.

M. Littrow de Vienne en 1837, imagina une nouvelle espèce de lunette achromatique qu'il appella *lunette dyalitique*. Dans cette lunette les deux lentilles de crown-glass et de flint-glass, au lieu de se toucher, sont placées très loin l'une de l'autre, ce qui permet de réduire de moitié le diamètre de la lentille de flint-glass. Mais aujourd'hui, cette dificulté a été surmontée grâce aux progrès de la fabrication et du travail du verre en général et particulièrement du verre d'optique.

Aberration de sphéricité. — Ainsi que nous avons dit, les rayons provenant d'un point placé sur l'axe de la lunette ne concourent pas en un même point, mais en des points plus ou moins éloignés, ce qui nuit à la netteté de l'image. Pour remédier à ce défaut, qu'on appelle *aberration de sphéricité*, on place dans l'intérieur des lunettes des diaphragmes opaques, noircis, présentant une petite ouverture circulaire dans leur centre et destiné à arrêter les rayons trop inclinés à l'axe.

Précautions pratiques. — Pour l'exactitude des opérations sur le terrain, l'objectif ne doit pas ballotter dans son montage. Si par conséquent, après un long transport de l'instrument ou après réception du constructeur, par suite des trépidations, on constate que le barillet porte-objectif est dévissé, il faut révisser à fond celui-ci, de manière qu'il se retrouve rigoureusement placé comme il l'était auparavant, pour éviter le dérèglement du barillet.

Dans tous les cas, on ne doit dévisser le barrillet porte-objectif B (fig. 15) et moins encore le barillet *b* qui sert à caler l'objectif dans son barillet qu'en cas de nécessité absolue, surtout si l'objectif n'est pas mastiqué dans son barillet.

Réticule — Une lunette composée du système objectif et du système oculaire est une simple lunette d'observation ayant pour but le grossissement des objets observés. Dans ces conditions, on ne pourrait pas l'utiliser dans les opérations du lever, dans lesquels il ne nous suffit pas de voir les objets qui nous intéressent grossis et approchés, il nous faut principalement pouvoir les viser, les collimer.

Pour transformer une lunette d'observation en une lunette de collimation, on a recours à un organe complémentaire indispensable appelé *réticule* ou *micromètre* que l'on place dans l'intérieur de la lunette.

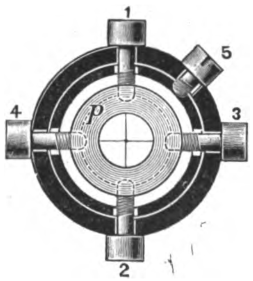


fig. 16.

Le réticule est constitué par un diaphragme p, (fig. 16) *porte-réticule* percé d'une ouverture circulaire sur laquelle on place une plaque en verre qui porte gravés au diamant, des traits en nombre variable (de 1 à 15) suivant l'objet auquel est destiné l'instrument.

Dans les théodolites et dans les niveaux, il y a généralement un trait horizontal, *fil niveleur*, et un trait vertical. Dans le tachéomètre, les traits de 3 à 15 constituent les fils *stadimétriques* parce qu'ils servent à évaluer les distances à l'aide de la stadia.

La position de l'anneau p est réglable à l'aide de 4 vis, 1, 2, 3, 4, traversant un manchon et disposées deux par deux perpendiculairement et une cinquième vis, 5, destinée à imprimer un mouvement transversal.

Le micromètre est placé entre l'objectif et l'oculaire et tout près de ce dernier : la croisée des traits et le centre optique de l'objectif détermine l'axe optique ou la ligne de collimation de la lunette.

Vision distincte. — La distance à laquelle un objet doit être placé pour que l'œil puisse en discerner les détails le plus nettement et avec le moindre effort s'appelle la *distance de la vision distincte* qui est d'une trentaine de centimètres pour une vue normale. L'œil normal est celui qui a le 2[e] foyer sur la rétine, c'est-à-dire qui voit

distinctement les objets émettant des rayons parrallèles à l'axe. Dans ce cas, il faut que la croisée des fils soit placée dans le foyer intérieur de l'oculaire parce que l'image de l'objet visé vient se former sur ce foyer et les rayons incidents sur l'objectif parallèles à l'axe sortiront en direction aussi parallèle à l'axe.

Dans les yeux des myopes, les foyers des points lumineux éloignés tombent en avant de la rétine c.à.d. que les rayons sont trop convergents : il est donc nécessaire d'approcher l'oculaire du micromètre afin que celui-ci et, par suite l'image qui coïncide avec son plan, soient placés entre le foyer de l'oculaire et l'oculaire : les rayons émergeant alors divergent formant leur foyer sur la rétine. Pour les presbythes, il faut éloigner l'oculaire du micromètre.

Mise au point de la lunette. — Pour effectuer une parfaite *collimation*, il faut que les images du réticule et de l'objet visé soient amenés à la distance de la vision distincte ; les deux images se trouvant alors à une même distance de l'œil de l'observateur seront vues par celui-ci dans les mêmes conditions. Mais comme la position de l'image réelle donnée par l'objectif varie avec la distance de l'objet visé à l'objectif, il faut pouvoir déplacer la position du réticule pour obtenir la coïncidence des deux images. A cet effet, le tube porte-réticule peut être déplacée horizotalement au moyen du pignon p, mordant sur la crémaillère c. D'autre part, le tube porte-oculaire peut glisser à frottement doux dans le tube porte-réticule. Par la combinaison de ces deux mouvements, on peut réaliser la coïncidence de l'image virtuelle des traits et de l'image réelle de l'objet visé. Pour assurer la coïncidence du réticule avec l'image réelle, le réticule est placé devant le verre de champ dans l'oculaire de Ramsden et entre les deux lentilles dans l'oculaire de Huygens.

Pratiquement on amène les fils du micromètre à la vision distincte en dirigeant la lunette sur un fond uniforme à lumière diffuse, afin que d'autres images ne viennent pas à confondre celle des fils et à rendre impossible l'opération,

Parallaxe des fils. — La distance d'un objet à l'œil pouvant varier dans certaines limites sans que la vision de cet objet cesse d'être distincte, il peut exister une petite intervalle entre les plans des images des fils et de l'objet, bien que l'on voit nettement ces deux images. Or, pour l'exactitude des observations, il faut que le réticule soit placé exactement dans le plan de l'image donnée par l'objectif. Si cette coïncidence n'a pas lieu, il arrive qu'un fil R, par exemple, (fig. 17) se projette sur des points distincts A_1 A_2 A_3 de l'image correspondant aux positions a_1 a_2 a_3 que l'œil peut occuper devant l'oculaire et produit le défaut désigné sous le nom de *parallaxe des fils*. Pour s'apercevoir de l'existence de ce défaut, on déplace dans tous les sens l'œil devant l'oculaire : les fils se projettent

sur des points différents de l'objet, si la parallèle existe. Pour y remédier, on modifie par tatonnement la position du réticule jusqu'à parfaite coïncidence des deux images.

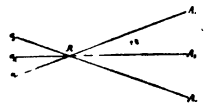


fig. 17.

Grossissement d'une lunette. Désignons par O_1 O_2 (fig. 18) l'oculaire et l'objectif d'une lunette, H, h la grandeur de l'objet et de son image réelle, ω, ω' les angles sous les quels les deux images sont vues du point O_1. Nous négligeons la longueur de la lunette, comme étant très petite par rapport à la distance D qui la sépare de l'objet visé.

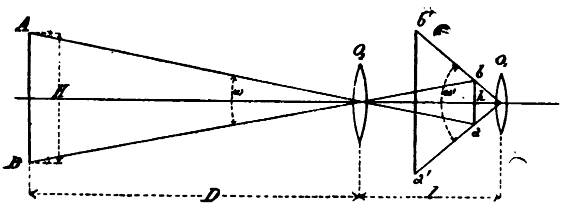


fig. 18.

On appelle grossissement d'une lunette le rapport du diamètre apparent de l'image vue dans la lunette au diamètre apparent de l'objet vu à l'œil nu. Le diamètre apparent de l'objet est l'angle ω sous lequel on le voit à l'œil nu et le diamètre apparent de l'image *a' b'* est l'angle ω' sous lequel on voit l'objet dans la lunette. Or, en raison de la petitesse de ces deux angles, pouvant poser tg=arc, on a

$$\omega = \frac{D}{H}$$

$$\omega' = \frac{H'}{f}$$

f étant la distance focale de l'oculaire et $H' = a'\,b'$. Par suite, le grossissement I est exprimé par :

$$I = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{\frac{H'}{f}}{\frac{H}{D}} = \frac{D\,H'}{H\,f}$$

Mais $H' = \frac{H\,F}{D-F}$ (F est la distance focale de l'objectif que nous

pouvons négliger au dénominateur, étant très petite par rapport à D) et il vient pour I,

$$I = \frac{H\,F\,D}{D\,H\,f} = \frac{F}{f}$$ c'est-à-dire que le grossissement d'une lunette est exprimé par le rapport des distances focales de l'objectif et de l'oculaire.

Détermination pratique du grossissement. — En négligeant toutes les méthodes rigoureuses employées dans les laboratoires, nous indiquerons la méthode la plus expéditive pour déterminer le grossissement d'une lunette. Pratiquement, on évalue le grossissement d'une lunette d'une manière très simple : on installe une règle divisée à une certaine distance de l'instrument et on observe simultanément les divisions de la règle à l'oculaire et l'œil nu. Il s'agit d'apprécier le nombre m de divisions vues à l'œil nu qui sont comprises dans une seule division vue avec la lunette.

Clarté de l'image. — La clarté de l'image est la quantité de lumière que reçoit l'unité de surface d'une image vue à travers une lunette. La quantité de lumière augmente avec l'ouverture de l'objectif : elle est proportionnelle au carré du diamètre de l'objectif.

Si deux lunettes ont un objectif d'égal diamètre, mais de grossissement différent, la clarté est plus grande dans la lunette qui donne un grossissement moindre ; la clarté est donc, dans ces conditions, inversement proportionnelle à la surface des images : d'autre part, les surfaces sont proportionnelles aux carrés des lignes homologues lesquelles à leur tour sont proportionnelles aux grossissements, par conséquent la clarté est en raison inverse des carrés des grossissements.

En désignant par d le diamètre de la pupille de l'œil, D le diamètre de l'objectif, I le grossissement de la lunette, C la clarté de l'objet vu à l'œil nu, C′ la clarté de l'image de cet objet donnée par la lunette, on peut écrire :

$$\frac{\frac{D^2}{I^2}}{d^2} = \frac{C}{C'} \qquad (1)$$

dans laquelle nous considérons C′ comme l'unité de mesure de la clarté de l'œil humain.

De (1), on tire :

$$C = \frac{D^2}{I^2\,d^2}\,k \qquad (2)$$

k étant un coefficient de proportionnalité dépendant de la quantité de lumière dispersée en traversant les lentilles et que l'on estime égal à 0,85.

De la formule (2) on déduit :

1° que la clarté est en raison inverse du grossissement et comme $I = \frac{F}{f}$, il faut donc que la distance focale de l'objectif ne soit pas trop grande, que *m* la distance focale de l'oculaire ne soit pas trop petite.

2°. que la clarté d'un objet observé avec une lunette est moindre que celle qu'il présente à l'œil nu. En effet, *a* étant le diamètre de l'anneau oculaire qui représente l'image réelle de l'objectif formée par la lentille oculaire, on a $I = \frac{D}{a}$ et pour a = d, $I = \frac{D^2}{a^2}$ et (2) devient :

$$C = \frac{D^2}{\frac{D^2}{a^2} a^2} k = k$$

Pour $a > d$, la clarté augmente mais l'avantage n'est qu'illusoire étant donné qu'il ne peut passer à travers la pupille qu'une quantité de lumière proportionnelle à son diamètre d.

Pour $a < d$, la clarté diminue.

Il faut donc conclure qu'on obtient la plus grande clarté en faisant le diamètre de l'anneau oculaire égal à celui de la pupille.

Champ de la lunette. — On appelle champ de la lunette l'angle dans lequel sont compris les objets intérieurs pour être vus avec une clarté uniforme, ou bien l'amplitude du cône qui a pour sommet le deuxième point principal de l'objectif et pour base l'ouverture du diaphragme placé sur le plan de l'image. Le champ diminue avec le rayon de l'anneau oculaire, et puisque celui-ci est en raison inverse du grossissement, il s'en suit que plus fort est le grossissement, moindre est le champ.

Nettoyage des lentilles. — Pour obtenir un nettoyage complet des verres, il faut les frotter avec un chiffon de linge très fin et très sec imbibé d'alcool ; pour le verre du réticule, il suffit d'un bout de papier velin roulé que l'on passe légèrement sur la surface du verre et en tous sens.

M. Prèvot fait remarquer que les poussières disposées sur les verres de l'objectif ne peuvent que diminuer très légèrement la clarté de la lunette, mais ne sauraient produire des taches sur les images ; on peut s'en assurer en appliquant sur l'objectif un objet opaque de plusieurs millimètres de largeur ; cet objet n'apparait nullement sur l'image qui reste aussi nette que lorsque l'objectif est complètement démasqué. Par conséquent quand on constate des

taches sur les images il faut les attribuer à un défaut de propreté des verres de l'oculaire ou du réticule. Si ces taches se déplacent sur l'image quand on hoche la tête devant le verre d'œil, les impuretés qui les produisent sont sur les verres placés en arrière du réticule (du côté de l'observateur) ; dans le cas contraire, elles sont sur le réticule.

Il est cependant toujours à recommander de ne jamais démonter les lentilles que s'il n'est absolument indispensable, cette menœuvre entraînant presque toujours un changement de l'axe de la lunette. Dans tous les cas, il faut procéder après remontage de l'appareil à des nouvelles opérations de réglage de l'instrument.

III

STADIMÉTRIE ET ANALLATISME

§ 1°. STADIMÉTRIE

Désignons par O (fig. 19) l'objectif d'une lunette, *F* son foyer principal, *a*, *b*, les fils, supérieur et inférieur du réticule, A B une

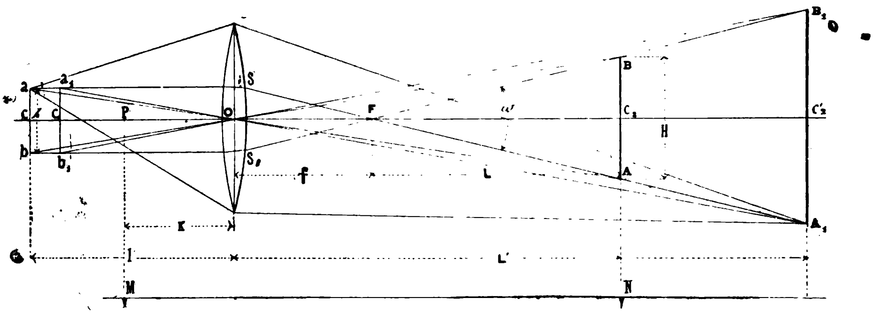


fig. 19

stadia placée à une distance quelconque L de l'objectif, C_2 point milieu de A B. Supposons en outre l'oculaire positif.

D'après les principes d'optique rappelés plus haut, nous pouvons tracer le chemin parcouru par les rayons lumineux issus de la stadia et se projetant en *a* et *b*, et inversement, nous pouvons tracer sur la stadia les positions des points de projections des fils du réticule. On obtient ainsi en *ab* l'image renversée de A B.

Examinons le phénomène lumineux rélatif au point *A* et à son image *a*, ce qui s'applique également au point B et à son correspondant *b*.

On peut considérer les deux points *A* et *a* comme les sommets de deux cônes lumineux ayant pour base commune la lentille O.

Parmi toutes les normales aux ondes lumineuses comprises dans ces deux cônes il y en a deux qui doivent attirer particulièrement notre attention et dont le rôle est sous différents points de vue intéressant :

1° La première normale est l'axe secondaire *a A*. Cette ligne droite, qui passe irréfractée par le centre optique de la lentille et joint le point de l'objet et son image, a la propriété de changer de direction toutes les fois que la stadia change de position. Par conséquent l'angle aOC_2 varie avec la distance de la stadia.

2° La deuxième normale est le rayon a a_1 parallèle à l'axe optique du système dyoptrique.

Si nous suivons la route de ce rayon, nous remarquons qu'après réfraction à travers la lentille *O*, il coupe l'axe optique en un point F qui est le foyer principal de la lentille O. Or, quelle que soit la position de la stadia par rapport à la lentille O et au réticule, l'angle S F S_1 = A F B est toujours constant.

3° Au point de vue stadimétrique il y a lieu de faire une 3e remarque. Si l'on déplace le réticule parallèlement à l'axe optique du système, de manière que les fils *a, b* se maintiennent constamment à égale distance du même axe et si l'on transporte la stadia à une autre distance quelconque A_1 B_1 de l'objectif, il existe toujours deux points A_1 B_1 symétriques par rapport au point milieu C'_2, qui forment leurs images sur les mêmes fils du réticule. Soient a_1 b_1 ces images.

Donc, en faisant varier la position de la stadia, un des 3 éléments ci-dessus rappelés varie, c'est à dire la position des axes sécondaires qui entraîne le déplacement des distances focales conjuguées, tandis que les deux autres éléments, la distance des fils du réticule et l'angle A FB restent constants.

Mais parmi ces trois principes, le plus important est celui qui concerne la constance de l'angle AFB. Sur ce principe repose toute la tachéométrie :

Si l'on place une stadia AB à une distance inconnue de l'objectif, qu'on la vise avec la lunette et qu'on mesure ensuite exactement l'intervalle intercepté entre les projections A,B des fils a, b du réticule, nous aurons par là même le moyen de connaître la distance qui sépare l'objectif de la stadia.

En effet, en négligeant la courbure de la lentille, les triangles *F S* S_1, F A B, étant semblables, nous donnent immédiatement $\frac{H}{h} = \frac{L}{f}$, d'où la distance cherchée.

$$(1) \qquad L = \frac{f}{h} H$$

Dans cette équation le second membre est connu, f, h étant

respectivement la distance focale de l'objectif et l'écartement des fils du réticule, c'est-a-dire des quantités constantes propres à chaque lentille que l'on considère, H l'intervalle intercepté entre les fils du réticule projetés sur la stadia, que l'on peut mesurer exactement. Par conséquent la distance L, qui est fonction de la seule variable H est parfaitement connue : On peut donc conclure que la mesure de H nous donne la mesure de L.

Le triangle F S S_1 est appelé *triangle diastimométrique*. Le point F, sommet de l'angle invariable AFB, en raison de cette propriété que M, Porro, fut le premier à découvrir, s'appelle *point* ou *centre anallatique* ou *centre d'anallatisme* et l'angle $AFB = \omega$, *angle stadimétrique* ; le rapport $\frac{f}{p}$ est le coefficient *stadimétrique*.

Lorsqu'on vise un point très éloigné avec la lunette, le plan du réticule se transporte au foyer principal de l'objectif. On a alors $aOb = SFS_1 =$ angle stadimétrique. Etant donné la petitesse de l'angle ω, on peut écrire $h = 2 f \operatorname{tang} \frac{\omega}{2}$, d'où $f = \frac{h}{2 \operatorname{tang} \frac{\omega}{2}}$ et, portant cette valeur dans l'équation (1) il vient $L = \frac{H}{2 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}$

Dans ce cas $$k = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}} = \frac{f}{h} \qquad (2)$$

Nous avons supposé jusqu'ici *f*, *h* constant, H variable, mais on peut rendre variable h et constant H et examiner lequel des deux appareils construits sur ces deux différents principes nous offre le plus d'approximation dans les résultats des mesures des distances:

1er cas. *h constant, H variable*

Dans l'équation (1) L,H étant les deux variables, la différentielle nous donne l'erreur sur D

$$dL = \frac{f}{h} dH$$

mais H, étant fonction de h, (1) nous donne aussi

$$dH = \frac{L}{l} dh$$

par conséquent

$$dL = \frac{f}{h} \frac{L}{l} dh = \pm \frac{L}{h} e$$

D'après l'équation (2), on peut conclure que l'erreur dL que l'on peut commettre dans l'évaluation d'une distance **L** est proportionnelle à cette distance et inversement proportionnelle à l'écartement des deux fils du réticule. Par conséquent la stadia doit-être placée à des distances limitées de l'objectif et l'écartement des fils a, b doit être le plus grand possible. Ce sont là des conditions à déterminer par l'expérience.

2e cas. h *variable, L constant.*

Par le même procédé, nous obtenons successivement de (1) :

$$dL = -\frac{fH}{h^2} dh = \pm \frac{fH}{h^2} e \qquad (4)$$

De (1) on déduit en outre :

$$h = \frac{fH}{L}, \quad h^2 = \frac{f^2 H^2}{L^2}$$

Et portant cette valeur dans l'équation (4) :

$$dL = \pm \frac{1}{fH} L^2 e$$

c'est-à-dire que l'erreur dL que l'on peut commettre sur l'évaluaation de la distance, en supposant l'écartement des fils variable, est proportionnelle au carré de la même distance L : d'où il résulte que dans ce second cas l'erreur est plus grande que dans le 1er. De plus l'erreur est inversement proportionnelle à la longueur H interceptée sur la stadia par l'angle stadimétrique.

Tous les instruments du genre Porro sont construits sur le 1er principe. On a adopté le deuxième principe pour la construction des Tachéomètres autoréducteurs avec fils stadimétriques à écartements variables.

Détermination pratique du rapport $\frac{f}{h}$. Il est assez difficile de déterminer la valeur du rapport $\frac{f}{h}$ au moyen des longueurs f, h obtenues séparément : la moindre erreur ϵ commise sur la mesure de l'intervalle $ab = h$, (h étant très petit) introduirait sur le nombre cherché une erreur qui pourrait être assez considérable, étant donné la valeur de $\frac{f}{h}$ qui n'est généralement pas inférieure à 50.

Pour remédier à ce grave inconvénient et obtenir rapidement le

résultat cherché, on procède dans la pratique de la manière simple que voici :

On installe l'instrument sur un terrain horizontal et l'on place la stadia à une distance L exactement mesurée à partir de l'objectif de la lunette : on vise les graduations de la stadia et on mesure exactement la longueur H comprise entre les fils du réticule projetés sur la stadia. On peut écrire alors cette relation :

$$L_1 = \frac{f}{h} H_1 + f \qquad (5)$$

On transporte ensuite la stadia à une autre distance L_2 exactement mesurée à partir de l'objectif, soit H_2 la longueur comprise entre les fils du réticule sur la stadia. On a également :

$$L_2 = \frac{f}{h} H_2 + f$$

De ces deux relations on tire :

$$L_1 - L_2 = \left(\frac{f}{h}\right)\left(H_1 - H_2\right)$$

d'où enfin la valeur cherchée :

$$\frac{f}{h} = \frac{L_1 - L_2}{H_1 - H_2} \qquad (6)$$

Équation de la stadia. Évaluation de la distance à partir de l'objectif. — On peut obtenir l'expression de cette distance en ajoutant simplement la valeur de la distance focale f à la formule (1), on a alors la distance à partir de l'objectif donné par :

$$L' = \frac{f}{h} H + f \qquad (7)$$

mais on arrive au même résultat directement :

Soient L', l' (fig. 20) respectivement la distance de la stadia à partir de l'objectif et sa distance conjuguée ; H, h la longueur

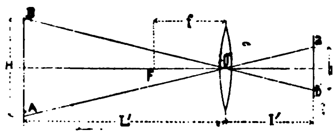


Fig. 20

comprise entre les projections des fils du réticule sur la stadia est l'écartement de ces deux fils, f la distance focale principale de l'objectif. Les deux triangles semblables AOB, aOb nous donnent $\frac{L'}{l'} = \frac{H}{h}$ Mais l' n'est pas rigoureusement constant, cette

distance varie suivant la loi :

$$\frac{1}{l'} + \frac{1}{L'} + \frac{1}{f} \quad (8)$$

Il suffit par conséquent d'éliminer la variable l' entre ces deux dernières équations et l'on a :

$$L' = \frac{f}{h} H + f \quad (9)$$

Cette équation qui exprime la distance mesurée par une lunette a partir de l'objectif s'appelle *équation de la stadia*. Elle se compose de deux termes : $\frac{f}{h} H$, qui, comme nous l'avons vu, est la distance à partir de l'objectif et f, la distance focale principale de l'objectif.

Calcul de la distance focale. — Nous avons trouvé pratiquement la valeur du rapport $\frac{f}{h} = \frac{L_1 - L_2}{H_1 - H_2}$, qui nous permet de calculer avec exactitude la formule fondamentale (1) : $L = \frac{f}{h} H$ distance à partir du foyer antérieur ; il nous reste à trouver aussi l'expression de f en fonction de L_1 L_2 H_1 H_2 qui nous permettra le calcul de (9).

A cet effet, on substitue dans (5) la valeur :

$$\frac{f}{h} = \frac{L_1 - L_2}{H_1 - H_2}$$

et l'on a :

$$L_1 = \frac{L_1 - L_2}{H_1 - H_2} H_1 + f$$

$$\text{d'où } f = L_1 - \frac{L_1 - L_2}{H_1 - H_2} H_1 = \frac{L_2 H_1 - L_1 H_2}{H_1 - H_2} \quad (10)$$

Nombre générateur. — M. Porro appelait *nombres générateur* les trois éléments qui concourent à la détermination d'un point dans l'espace, c'est à dire les *coordonnées polaires* : angle azimutal, angle zénital, distance du centre de station à la stadia. Mais ordinairement on appelle *nombre générateur* le nombre *n* de divisions de la stadia interceptées entre les deux fils extrêmes du réticule, c'est-à-dire la distance du centre de station à la stadia, évaluée par les procédés stadimétriques.

Pour que cette évaluation puisse s'effectuer d'une manière simple et rapide, il faut en général que le nombre de divisions comprises dans l'angle stadimétrique soit dans un rapport simple avec la distance à mesurer.

Si λ représente la largeur d'une division, on aura $H = n\lambda$ et la formule :

$$L = \frac{f}{h} H = \frac{H}{2 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}$$

devient :

$$L = \frac{\lambda f}{h} n = \frac{\lambda}{2 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}} n.$$ Il faut attribuer à

$\frac{\lambda f}{h}$, ou à $\frac{\lambda}{2 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}$ des valeurs simples $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2.

Dans le cas du rapport égal à l'unité, le nombre de divisions lues sur la stadia correspond au nombre de mètres contenus dans la distance L et l'on n'a plus besoin pour connaître la distance à partir de l'objectif qu'à ajouter à L la distance focale.

Remarquons toutefois, que quelle que soit la largeur des divisions de la stadia, elle pourra toujours servir, dès qu'on l'aura mesurée, à l'évaluation exacte de la distance.

Mais en pratique l'opération est rendue plus facile en adoptant les mesures métriques, multiples et sous-multiples du mètre pour effectuer la graduation de la stadia. On adopte comme unité de largeur 1 centimètre, 2 centimètres et M. Porro a donné la préférence à l'unité de 4 centimètres.

Cette dernière division, en raison de la facilité et de la rapidité des lectures et des moyens de contrôle, donne des résultats d'une très grande approximation, ce qui fait qu'elle est la plus généralement employée dans la pratique.

Correction de Reichenbach. — La formule (2) $L = \frac{h}{f} H$ nous donne, comme nous avons vu, la distance à partir du foyer antérieur de l'objectif ; la formule (9) $L' = \frac{f}{h} H + f$, la distance à partir du centre optique de l'objectif. Mais notre but essentiel est de connaître la distance de la stadia à partir de la verticale passant par le centre M de la station. De sorte qu'il faut tenir compte d'une deuxième correction pour obtenir la véritable distance, c'est-à-dire, il faut ajouter à L′ une deuxième constante k égale à la distance entre le centre optique de l'objectif et le centre P de l'instrument. Dans ces conditions la distance cherchée S est exprimée par l'équation suivante :

$$S = \frac{f}{h} H + f + k$$

Comme on voit, d'après ce dernier résultat, la détermination de la distance S comporte deux opérations distinctes : la lecture sur la stadia d'abord, pour l'évaluation de $\frac{f}{h}$ H, et l'addition à cette valeur de f + k qui est une constante pour chaque instrument et dont la valeur varie de 4 à 5 décimètres.

On peut procéder par le calcul pour introduire cette correction f + k, qui est connue sous le nom de *correction de Reichenbach*, mais il en résulte un surcroît de travail qui rend peu pratique cette méthode.

Le colonel Goulier, par contre, a suggéré des procédés plus simples que voici :

» Réglons l'appareil de telle sorte, dit M. Goulier, qu'à $100^m + f$ de l'objectif, cent divisions soient interceptées entre les fils, et l'on aura toujours la distance en mètres de l'objectif à la stadia, en ajoutant la distance focale principale f au nombre de mètres indiqué par celui des divisions de la stadia, ou bien, en ajoutant $\frac{3}{2}$ f, la distance entre la mire et le milieu de la lunette qui dans les observations avec les instruments topographiques, correspond généralement au point de la station.

» Cette addition de $\frac{3}{2}$ f à la hauteur de la stadia peut s'obtenir de trois manières différentes :

» 1° Numériquement;

» 2° En laissant entre le zéro des divisions principales de l'échelle sur laquelle on prend les distances à porter sur le plan et le zéro de la subdivision un intervalle qui représente : $\frac{3}{2}$ f ;

» 3° En faisant, vers le milieu de la stadia, une division plus petite que les autres de la quantité qui représente sur elle $\frac{3}{2}$ f. Cette division devra toujours dans les observations, être comprise entre les fils mesureurs. »

Or, sans parler du premier moyen qui doit être exclu *a priori* à cause du surplus de travail et des pertes de temps qu'il occasionne, les deux derniers procédés de corrections obligent l'opérateur à s'assurer que les divisions supplémentaires de la stadia restent comprises entre les fils du réticule. C'est donc une sujétion et une gêne

très grande, qui donne lieu, en outre, à une sensible perte de temps vu l'ensemble des opérations sur le terrain, sans pouvoir d'ailleurs être certain après tout qu'aucune erreur attribuable à la négligence soit échappée.

Une solution par conséquent s'imposait que d'un coup résolut tous ces inconvénients.

La solution la plus élégante et celle qui a le plus contribué à rendre pratique et exacte la Tachéométrie, a été donnée par M. Porro lui-même, qui par l'adjonction d'une lentille supplémentaire produit ce qu'il appelle *l'anallatisme,* c'est-à-dire ramène les lectures au centre de la lunette.

§ 2 ANALLATISME

M. Porro construisait antérieurement ses lunettes en ramenant le centre de l'angle invariable du foyer antérieur au centre optique de l'objectif par l'adjonction d'une deuxième lentille achromatique. En 1852 dans un de ses mémoires, faisant allusion à l'anallatisme il s'exprime ainsi : « Il y a donc un point anallatique dans les lunettes ordinaires à oculaire positif : mais ce point est en dehors de la lunette, au foyer antérieur de l'objectif. Il ne serait pas commode pour la pratique de rapporter ainsi les distances à un point pris en dehors de l'instrument, en avant de l'objectif. C'est à l'objectif même et plus souvent encore au centre de rotation de l'instrument qu'on a besoin de les rapporter. C'est là ce que j'obtiens sans altérer la constance de l'angle avec un système objectif, composé de deux verres (l'objectif achromatique ne compte que pour un) tel que le foyer du système soit en dehors de la distance qui sépare les deux verres un peu au delà du deuxième verre. »

En d'autres termes M. Porro imagina un dispositif ayant pour résultat le déplacement du centre anallatique du foyer antérieur de l'objectif dans l'intérieur de la lunette, à une distance déterminée de l'objectif, notamment au centre de la lunette, au moyen de l'adjonction d'une lentille convergente dans l'intérieur de la lunette.

Cette lentille supplémentaire fut appelée par Porro *lentille anallatique.* On l'appelle aussi *verre anallatiseur* ou *verre* centraliseur.

Dans la théorie de la lunette anallatique on suppose les lentilles comme étant infiniment minces et constituant un système dyoptique centré, c'est-à-dire que les axes optiques des deux lentilles sont disposés sur le même axe xy qui constitue d'autre part l'axe optique ou la ligne de collimation de la lunette.

L'adjonction de la lentille anallatique dans la lunette astronomique doit en outre satisfaire les deux conditions suivantes pour que le but que l'inventeur se propose soit réalisé :

1° La distance entre les deux lentilles (objectif et verre anallatiseur) doit être moindre que la distance focale principale.

2° Le foyer principal antérieur de la lentille anallatique doit coïncider avec le point de rencontre sur l'axe optique du système des rayons réfractés traversant l'objectif, et provenant des points de l'objet visé ayant leurs images sur les fils du réticule.

Cela posé examinons la constitution d'une lunette anallatique et la marche des rayons satisfaisant les conditions ci- dessous.

Constitution d'une lunette anallatique et marche des rayons. — Soient O_1 l'objectif, O_2 la lentille anallatique placée à une distance p de O_1, moindre que la distance focale principale de l'objectif ; A,B deux points symétriques d'une mire parlante installée à une distance D du point C, centre anallatique déterminé sur l'axe optique par le prolongement des rayons A a et B b ; ω l'angle anallatique b C a.

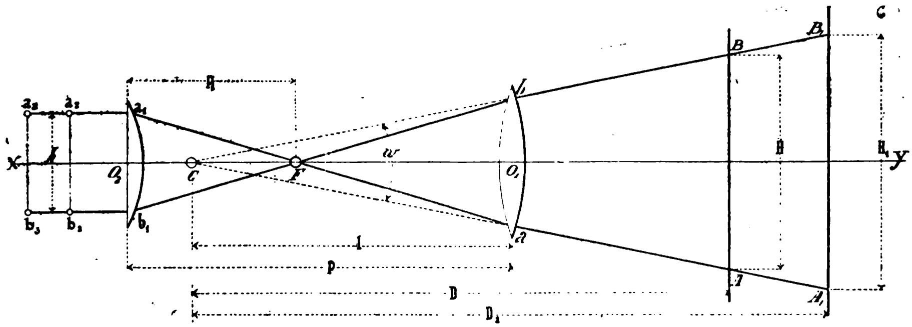


Fig. 21.

Des rayons lumineux issus des points A,B, incidents sur l'objectif, divergent suivant les directions aa_1 , bb_1 , et se coupent en un point F de l'axe optique plus près de O_1 que ne l'est le point C.

Supposons que la lentille O_2 soit disposée de manière que son foyer principal antérieur coïncide avec le point F, tous les rayons qui, comme ceux émanant de A, B réfractés en traversant l'objectif passent par F, subissent une deuxième déviation en rencontrant la lentille O et d'après les principes élémentaires d'optique sortent parallèles à l'axe optique et dans notre cas suivant a_1 a_2 a_3 ,b_1 b_2 b_3

Si a_3 , b_3 sont les fils du réticule amené au plan de l'image, c'est que a_3 , b_3 sont les images respectivement de A, B, c'est-à-dire que la projection des fils du réticule et l'image de A B coïncident dans un même plan.

Réciproquement les rayons a_3 a_2 a_1 , b_3 b_2 b_1 parallèles à l'axe optique,issus des fils du réticule, en traversant la lentille anallatique convergent vers le point F et ensuite sont réfractés par l'objectif suivant les directions a A, b B.

Les distances du centre d'anallatisme à la stadia sont proportionnelles aux longueurs de stadia interceptées par les fils.

Soient a_3, b_3 (fig. 21) la position initiale des fils du réticule sur lesquels se projettent les points A,B de la stadia après la mise au point de la lunette. Déplaçons la stadia : soient A_1 B_1 et a_2 b_2 respectivement la nouvelle position de la stadia et des fils établie dans les mêmes conditions de vision distincte.

En suivant la marche des rayons, les points de la stadia, dans la nouvelle position, ayant leurs images sur les fils a_2 b_2 se trouvent évidemment en A B sur les prolongements des rayons aA, b B réfractés par l'objectif et on a donc par la similitude des deux triangles A C B, A_1 C B_1 :

$$\frac{D}{D_1} = \frac{H}{H_1}$$

Distance horizontale. — L'expression de la distance horizontale D, comptée à partir du point C est semblable à celle que nous avons trouvée précédemment. En effet le triangle A C B nous donne (H étant la grandeur de la mire interceptée entre les fils du réticule)

$$\frac{H}{2} = D\frac{\operatorname{tg} \omega}{2} \qquad H = 2\,D \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \qquad \text{d'où:}$$

$$(1) \qquad D = \frac{H}{2 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}$$

et si nous désignons par λ la largeur d'une division de la mire, et par *n* le nombre de divisions interceptées, comme $H = n\lambda$,

$$(2) \qquad D = \frac{\lambda}{2 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}\, n$$

(λ et $\operatorname{tg}\frac{\omega}{2}$ choisis de manière que le rapport $\frac{\lambda}{2 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}$ soit un nombre simple.)

La position du centre d'anallatisme est indépendante de l'angle stadimétrique et par conséquent de l'écartement des fils du réticule. — Soient (fig.22) p la distance des lentilles ; p_1 la distance focale de l'objectif ; p_2 la distance focale de la lentille anallatique.

La réalisation de l'anallatisme est possible à la condition suivante : $p_1 > p > p_2$ (3)

Remarquons d'autre part que point F est l'image virtuelle de C, centre d'anallatisme : ces deux points sont conjugués par rapport à l'objectif et, d'après la loi fondamentale des lentilles, le point F est déterminé par la relation :

$$\frac{1}{p_1} = \frac{1}{O_1\ F} - \frac{1}{O_1\ C} = \frac{1}{l} - \frac{1}{l_1} = \frac{1}{p-p_2} - \frac{1}{l_1} \qquad (4)$$

Dans la pratique on fait $O_1\ C = l_1 = \frac{p_2}{2}$ et dans ce cas (4) devient :

$$\frac{1}{p_1} = \frac{1}{p-p_2} - \frac{2}{p_1},\ \text{d'où}\ p = \frac{p_1}{3} + p_2 \qquad (5)$$

Mais $p < p_1$, par conséquent on a successivement:

$$p_1 > p > \frac{p_1}{3} + p_2\ ;\ p_2 < p_1 - \frac{p_1}{3}\ ;\ p_2 < \frac{2}{3}\,p_1$$

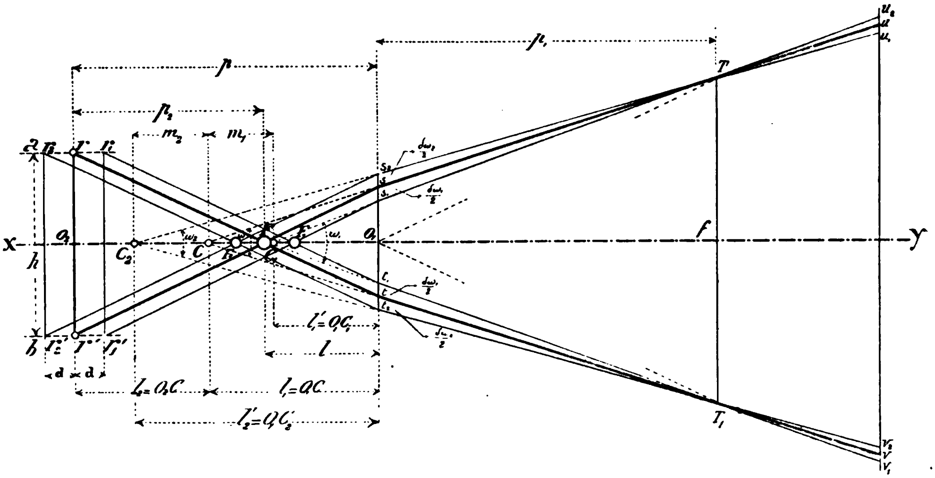


Fig. 22

D'autre part, $\frac{st}{2} = 2l_1\ \text{tg}\,\frac{\omega}{2}$ (6)

Et portant dans cette équation la valeur de l_1 tirée de (4)

c. à d., $l_1 = \frac{p_1\ (p - p_2\ )}{p_1\ - p + p_2}$ (7), on obtient :

$$st = 2\,\frac{p_1\ (p - p_2)}{p_1 - p + p_2}\text{tg}\frac{\omega}{2}\ (8)\ ,\text{mais}\ st = h\frac{1}{p_2} = h\frac{p - p_2}{p_2}\ ; \qquad (9)$$

$$\text{par conséquent :}\ \frac{2\,p_1\ (p - p_2)}{p_1 - p + p_2}\text{tg}\frac{\omega}{2} = h\ \frac{p - p_2}{p_2},\ \text{d'oú :}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\omega}{2}=\frac{h}{2}\,\frac{p_1-p+p_2}{p_1\,p_2} \qquad (10)$$

Nous avons trouvé $D=\dfrac{H}{2\operatorname{tg}\frac{\omega}{2}}$ d'où l'on tire $\operatorname{tg}\dfrac{\omega}{2}=\dfrac{H}{2D}$ et

(10) devient

$$\frac{H}{2D}=\frac{p_1-p+p_2}{p_1\,p_2}\,\frac{h}{2} \text{ d'où enfin :}$$

$$D=\frac{p_1\;p_2}{p_1-p+p_2}\,\frac{H}{h} \qquad (11)$$

La lentille anallatique diminue le grossissement de la lunette. — Soient (fig.23) O_1, O_2 l'objectif et le verre anallatiseur placés à une distance p moindre que la distance focale p_1 de l'objectif. Les rayons MM_1, NN_1 parallèles à l'axe optique réfractés suivant $M_1\,M_2$, $N_1\,N_2$ subissent une deuxième déviation en traversant la lentille O_1, en suivant les directions $M_2\,F_2$, $N_2\,F_2$, L'image $BC = H_1$ donnée par l'objectif, par suite de l'interposition de la lentille O_2, est réduite à la grandeur $bc = h_1$. En outre les points F_1, F_2, ainsi que les images $H_1\,h_1$, passant par ces points, sont conjuguées par rapport à la lentille O_2. Si donc I et I_1, sont les grossissements de la lunette sans la lentille anallatique et après introduction de cette lentille, on a :

(12) $\quad I=\dfrac{H_1\,D}{H\,f}$ $\qquad$ (13) $\quad I_1=\dfrac{h_1\,D}{H\,f}$, étant f la distance focale

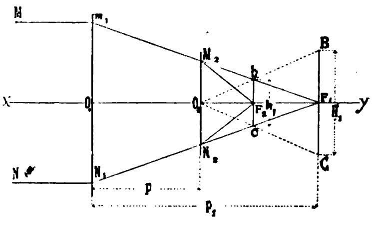


Fig. 23

de l'oculaire.

D'autre part, la loi fondamentale des lentilles nous donne :

$$\frac{1}{p_2}=\frac{1}{O_1\,F_2}-\frac{1}{p_1-p}, \text{ d'où } O_1\,F_2=\frac{p_2\,(p_1-p)}{p_1+p_2-p}$$ .Si l'on substitue cette

valeur à l'équation :

$\dfrac{H_1}{h_1}=\dfrac{O_2F_1}{O_2F_2}$ déduite des triangles semblables BO_2C, bO_2c, on a

$$h_1 = \frac{p_2}{p_1 + p_2 - p} H_1 \text{ et (13) devient :}$$

$$I_1 = \frac{p_2}{p_1 + p_2 - p} \quad \frac{H_1 D}{H f} = I \frac{p_2}{p_1 + p_2 - p}. \qquad (14)$$

D'où il résulte que le maximum de I_1 correspond au maximum de p et que I_1 reste toujours inférieur à I. Pour $p = p_1$, l'on aurait $I_1 = I$, ce qui en pratique est irréalisable, car on ne pourrait amener la lentille anallatique sur le plan du réticule.

On peut donc conclure que pour obtenir le plus grand grossissement possible, il faut approcher le plus possible la lentille anallatique du micromètre.

Exemple : Si l'on fait $p = 0,95\ p_1$, étant $p = p_0 + \frac{p_1}{3}$ sera

$$p_2 = 0,6167 p_1 \text{ et comme } I_1 = \frac{p_1}{2},$$

$$I_1 = 0,50 p_1 \qquad \text{et dans ce cas}$$

$$I_1 = \frac{6}{7} I$$

Outre la diminution du grossissement, la lentille anallatique donne lieu, comme nous avons vu, à une diminution de la distance focale de l'objectif, il en résulte ainsi un système dioptrique composé ayant une distance focale moindre de celle de l'objectif simple.

Influence du déplacement de la lentille anallatique suivant l'axe optique de la lunette, sur les valeurs de l'angle et du coefficient stadimétrique. — Supposons la lentille anallatique déplacée succesivement de sa position initiale et de part et d'autre d'une longueur d (fig.22). D'après les constructions indiquées dans la figure, le foyer F se déplacera sur l'axe optique de la même quantité d, soient F_1 F_2 les nouveaux foyers, le centre d'anallatisme occupera les positions correspondantes C_1, C_2 distantes de C respectivement des quantités m_1 m_2, les rayons sTu t T_1 v, émergeants de l'objectif, prendront successivement les directions s_1 T u_2, s_2 T u_1 ; t_1 T v_1, t_2 T_1 v_2 qui rencontrent les premiers aux points T,T_1 du plan focal extérieur de l'objectif ; les valeurs des nouveaux angles et des coefficients stadimétriques seront respectivement :

$$(15) \qquad \omega_1 = \omega + \omega_1$$

$$(16) \qquad \omega_2 = \omega - \delta\omega_2$$

$$(17 \qquad k_1 = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{\omega_1}{2}}$$

$$(18) \qquad k_2 = \frac{1}{2\operatorname{tg}\frac{\omega_2}{2}}$$

Si donc l'on écarte la lentille anallatique de l'objectif, l'angle stadimétrique diminue et le coefficient stadimétrique augmente. Le contraire arrive si l'on approche la lentille anallatique de l'objectif.

En outre les nouveaux coefficients stadimétriques sont inversements proportionnels aux tangentes des moitiés des nouveaux angles stadimétriques ou, en raison de la petitesse des angles, aux angles stadimétriques et par conséquent directement aux déplacement du centre d'anallatisme.

Variations des angles stadimétriques. — Etant (fig. 22) $ss_1 = ss_2$, les deux triangles sTs_1, sTs_2 nous donnent :

$$\frac{sT}{ss_1} = \frac{\sin ss_1 T}{\sin\frac{\delta\omega_1}{2}} = \frac{\sin\left(sO_1 C + \frac{\omega_1}{2}\right)}{\sin\frac{\delta\omega_1}{2}} = \frac{\sin\left(90^\circ + \frac{\omega_1}{2}\right)}{\sin\frac{\delta\omega_1}{2}} =$$

$$= \frac{\cos\frac{\omega_1}{2}}{\sin\frac{\delta\omega_1}{2}}$$

De la même manière :

$$\frac{sT}{ss_2} = \frac{\cos\frac{\omega_2}{2}}{\sin\frac{\delta\omega_2}{2}} \text{ et comme } \frac{sT}{ss_1} = \frac{sT}{ss_2} \text{ on a}$$

$$\frac{\sin\frac{\delta\omega_1}{2}}{\sin\frac{\delta\omega_2}{2}} = \frac{\cos\frac{\omega_1}{2}}{\cos\frac{\omega_2}{2}} \qquad (19)$$

Les angles $\frac{\delta\omega_1}{2}, \frac{\delta\omega_2}{2}$ sont très petits et la relation (19) peu s'écrire :

$$\frac{\delta\omega_1}{\delta\omega_2} = \frac{\cos\frac{\omega_1}{2}}{\cos\frac{\omega_2}{2}} \qquad (20)$$

C'est à dire que les variations $\delta\omega_1$ $\delta\omega_2$ sont proportionnelles aux cosinus de la moitié des nouveaux angles stadimétriques ω_1, ω_2.

Variations des déplacements du centre anallatique. — A cause de la petitesse de ces variations nous pouvons écrire :

$$\delta\omega_1 = \delta\omega_2$$

les triangles CC_1 T, CC_2 T (fig. 22) nous donnent :

$$\frac{CT}{m_2} = \frac{\sin\frac{\omega_1}{2}}{\sin\frac{\delta\omega_1}{2}}$$

$$\frac{CT}{m_2} = \frac{\sin\frac{\omega_2}{2}}{\sin\frac{\delta\omega_2}{2}}$$

d'où successivement :

$$CT = m_1 \frac{\sin\frac{\omega_1}{2}}{\sin\frac{\delta\omega_1}{2}} = m_2 \frac{\sin\frac{\omega_2}{2}}{\sin\frac{\delta\omega_2}{2}}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin\frac{\delta\omega_1}{2}\sin\frac{\omega_2}{2}}{\sin\frac{\delta\omega_2}{2}\sin\frac{\omega_1}{2}}$$

mais pour la (19)

$$\frac{m_1}{m_2}\frac{\sin\frac{\delta\omega_1}{2}}{\sin\frac{\delta\omega_2}{2}} = \frac{\sin\frac{\delta\omega_1}{2}\sin\frac{\omega_2}{2}\cos\frac{\omega_1}{2}}{\sin\frac{\delta\omega_2}{2}\sin\frac{\omega_1}{2}\cos\frac{\omega_2}{2}} = \frac{\sin\frac{\omega_2}{2}\cos\frac{\omega_1}{2}}{\sin\frac{\omega_1}{2}\cos\frac{\omega_2}{2}} =$$

$$= \operatorname{tg}\frac{\omega_2}{2}\operatorname{cogt}\frac{\omega_1}{2} = \frac{\operatorname{tg}\frac{\omega_2}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\omega_1}{2}}$$

Les angles ω_1, ω_2 étant très petits, on peut aussi écrire :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \qquad (21)$$

c'est-à-dire que : *a*) Les déplacements m_1, m_2 du centre anallatique sont inégalement proportionnels aux nouveaux angles stadimétriques : *b*) Comme $m_2 > m_1$, quand on éloigne la lentille anallatique de l'objectif d'une certaine quantité *d*, le déplacement du centre anallatique est plus grand que quand on approche de la même quantité *d*, la lentille anallatique de l'objectif.

Calcul des déplacements du centre anallatique. — En éloignant et en approchant d'une quantité *d* la lentille anallatique, la distance l_1 donnée par (7) est représentée respectivement par

$$l'_2 = \frac{p_1\ (p + d - p_2)}{p_1 + p_2 - p - d} = O_1C_2 \qquad (22)$$

$$l'_1 = \frac{p_1\ (p - d - p_2)}{p_1 + p_2 - p + d} = O_1\ C_1 \qquad (23)$$

Par la combinaison de ces deux dernières équations, de (7): $O_1\ C = l_1 =$

$$= \frac{p_1(p - p_2)}{p_1 - p + p_2} \text{ et de (5)} p := \frac{p_1}{3} + p_2, \text{on obtient:}$$

$$m_2 = O_1\ C_2 - O_1\ C = \frac{p_1\ (p + d - p_2)}{p_1 + p_2 - p - d} - \frac{p_1\ (p - p_2)}{p_1 - p + p_2} =$$

$$= \frac{p_1(p_2 + \frac{p_1}{3} + d - p_2)}{p_1 + p_2 - p_2 - \frac{p_1}{3} - d} - \frac{p_1(p_2 + \frac{p_1}{3} - p_2)}{p_1 + p_2 - p_2 - \frac{p_1}{3}} =$$

$$= \frac{\frac{p_1^2}{3} + dp_1}{\frac{2}{3}\ p_1 - d} - \frac{\frac{1}{3}\ p_1^2}{\frac{2}{3} p_1} = \frac{\frac{2}{9}\ pp_1^3 + \frac{2}{3}\ dp_1^2 - \frac{2}{9} p_1^3 + \frac{1}{3}\ dp_1^2}{\frac{4}{9}\ p_1^2 - \frac{2}{3} dp_1}$$

et après simplification il vient :

$$m_2 = \frac{9dp_1}{4p_1 - 6d} \qquad (24)$$

D'une manière analogue, on obtient :

$$m_1 = \frac{9dp_1}{4p_1 + 6d} \qquad (25)$$

Or la quantité 6d est très petite par rapport à 4 p_1, nous pouvons donc la négliger et on a finalement :

$$m_1 = m_2 = m = \frac{9}{4}\ d$$

Nous donnons dans le tableau ci-dessous quelques valeurs calculées de m_1, m_2, m correspondant à des déplacements déterminés *d* du verre anallatiseur :

Déplacement de la lentille anallatique	Déplacements correspondant du centre d'anallatisme		
	m_1 vers obj:	m_2 vers oc :	moyenne
0,1	0,226	0,224	0,225
0,2	0,453	0,447	0,450
0,3	0,683	0,667	0,675
0,5	1,147	1,104	1,125
0,7	1,617	1,534	1,575
1,00	2,338	2,168	2,250

Calcul des variations de l'angle anallatique. — Les deux nouvelles valeurs de p, $p + d$, $p - d$ et la valeur de p

donnée par l'équation $p = \frac{p_1}{3} + p_2$ substituées dans

l'équation (10) nous permettent d'établir les variations de l'angle ω

En effet, si en raison de la petitesse de cet angle on admet $tg\frac{\omega}{2} = \omega$,

la relation peut s'écrire :

1er cas : éloignement de O_2 :

$$\frac{\omega_2}{2} = \frac{p_1 + p_2 - \frac{p_1}{3} - p_2 - d}{p_1 \; p_2} \frac{h}{2} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3} p_1 - d}{p_1 \; p_2} \frac{h}{2} = \frac{2p_1 - 3\,d}{3\,p_1 \; p_2} \frac{h}{2}, \text{ d'où}$$

$$\omega_2 = \frac{2p_1 - 3\,d}{3p_1 \; p_2} h \qquad (26)$$

2e cas : rapprochement de O_2 :

De même on a $\omega_1 = \frac{3p_1 + 3\,d}{3p_1 \; p_2} h \qquad (27)$

D'autre part la relation (10) $\frac{\omega}{2} = \frac{p_1 + p_2 - p}{p_1 \ p_2} \frac{h}{2}$, dans la même hypothèse de tang $\frac{\omega}{2} = \frac{\omega}{2}$ nous donne :

$$h = \frac{\omega \, p_1 \, p_2}{p_1 + p_2 - p}$$

et pour $p = \frac{p_1}{3} + p_2$ il vient $h = \frac{\omega \, p_1 \, p_2}{p_1 + p_2 - \frac{p_1}{3} - p_2} =$

$$= \frac{3}{2} \, \omega \, p_2$$

Portons cette dernière valeur de h dans (26) et (27) ; on a :

$$\omega_2 = \frac{2 \, p_1 - 3 \, d}{3 \, p_1 \, p_2} \frac{3}{2} \omega p_2 = \frac{2 \, p_1 \, p_2 - 3 \, d \, p_2}{3 \, p_1 \, p_2} \frac{3}{2} \omega =$$

$$= \left(\frac{2}{3} - \frac{d}{p_1}\right)\frac{3}{2}\omega = \omega - \frac{3d}{2p_1}\omega \qquad (28)$$

De la même manière on obtient : $\omega_1 = \omega + \frac{3d}{2p_1}\omega$ (29)

On peut donc conclure que les variations que subit l'angle anallatique ω quand on éloigne ou que l'on approche de l'objectif la lentille anallatique sont approximativement égales et de signe contraire

Dans le 1er cas (écartement), l'angle ω diminue, dans le 2e cas, cet angle augmente, et en général à un déplacement *d* du verre anallatique, dans un sens comme dans l'autre correspond à très peu de chose près une variation de ω égale à $\delta\omega = \frac{3d}{2p_1}\,\omega$ (30)

Variations du coefficient stadimétrique. -- Nous avons trouvé comme valeur des coefficients stadimétriques correspondant aux angles ω, ω_1, ω_2, les expressions:

$$k = \frac{1}{2\text{tg}\frac{\omega}{2}} \qquad k_1 = \frac{1}{2\text{tg}\frac{\omega_1}{2}} \qquad k_2 = \frac{1}{2\text{tg}\frac{\omega_2}{2}}$$

De ces équations on déduit les rapports :

$\frac{k_1}{k} = \frac{\omega}{\omega_1}$, $\frac{k_2}{k} = \frac{\omega}{\omega_2}$; mais $\omega_1 = \omega + \delta\omega_1$, $\omega_2 = \omega - d\omega_2$; par conséquent:

$$\frac{k_1}{k} = \frac{\omega}{\omega + d\omega_1} \; ; \; \frac{k_2}{k} = \frac{\omega}{\omega - d\omega_2}$$

Supposons $\delta\omega_1 = \delta_2\omega = \delta\omega$ et portons la valeur de $\delta\omega$ de (30) dans ces dernières relations ; on a :

$$k_1 = \frac{\omega}{\omega + \frac{3d}{2\,p_1}\omega} k = \frac{2p_1\omega}{2p_1\omega + 3d\omega} k = \frac{2p_1}{2p_1 + 3d} k \qquad (31)$$

$$k_2 = \frac{\omega}{\omega - \frac{3d}{2p_1}\omega} k = \frac{2p_1\omega}{2p_1\omega - 3d\omega} k = \frac{2p_1}{2p_1 - 3d} k \qquad (32)$$

C'est à dire que les variations des coefficients stadimétriques produites par des déplacements quelconques de la lentille anallatique sont indépendantes des valeurs des angles stadimétriques.

Les valeurs de k_1, k_2, d'après les dernières relations sont indépendantes des déplacements de la lentille anallatique ; il s'en suit que si les micromètres des lunettes anallatiques sont munies de plusieurs couples de fils réalisant plusieurs angles stadimétriques, le déplacement de la lentille anallatique n'a aucune influence sur les rapports entre les différents coefficients stadimétriques correspondant à ces différents couples de fils.

Quantité dont il faut déplacer la lentille anallatique pour obtenir un coefficient stadimétrique d'une valeur déterminée.

1er cas :

En supposant $k < k_2$, on a successivement, d'après (30), $k_2 = \frac{2\,p_1}{2\,p_1 - 3\,d} k$, $2k_2\,p_1 - 3k_2\,d = 2kp_1$; d'où l'on tire $d = \frac{2\,p_1(k_2 - k)}{3\,k_2}$

2me cas :

$$\text{Si } k > k_1, \text{ on a identiquement } k_1 = \frac{2\,p_1}{2p_1' + 3d} k,$$

$$2\,p_1\,k_1 - 3\,d\,k_1 = 2\,p_1\,k\text{, d'où :}$$

$$d = \frac{2\,p_1\,(k - k_1)}{3\,k_1}$$

Ces relations subsistent si l'on néglige le mouvement du point anallatique comme étant trop petit et sans aucune influence sur le résultat.

Exemple : supposons $p_1 = 0{,}40$
$k_1 = 103$ la valeur d'un coefficient erroné déterminé en pratique ;soit $k = 100$ la valeur que nous voulons obtenir, on a pour le déplacement de la lentille :

$$d = \frac{2 \times 0{,}40 \times 3}{3 \times 103} = \frac{2{,}40}{309} = 0{,}008 \text{ vers l'objectif.}$$

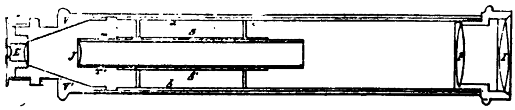
Dans tous les cas exposés, nous avons supposé $O_1A = l_1 = \frac{p_1}{2}$ et $p = p_2 + \frac{p_1}{3}$: mais on construit aussi des tachéomètres dans lesquels la distance l est une fraction quelconque de p_1. On peut par conséquent généraliser les formules en faisant $p = p_2 + \frac{p_1}{1+n}$.

Dans ce cas la distance du centre anallatique de l'objectif étant moindre que la moitié de la distance focale de cette lentille, il s'en suit que les variations de la position de ce point, ainsi que de l'angle et du rapport stadimétrique sont moins sensibles par rapport à un déplacement déterminé de la lentille anallatique ce qui rend les instruments plus pratiques.

Lunette anallatique Porro à double objectif achromatique. — La lunette dont Porro se servit pour réaliser ces différentes conditions possédait un objectif double (fig.23) formé de deux objectifs achromatiques I,I′.

Cette disposition ne modifie pas la théorie optique exposée, seulement la réfraction simple qui se produisait en I est substituée par deux réfractions.

L'emploi de ces deux objectifs avait pour but de réduire la distance focale et par conséquent la longueur de la lunette, en même temps que l'aberration de sphéricité. Le corps de la lunette renferme le *tube anallatique* TT′ terminé du coté de l'oculaire par une lentille plan-convexe J. Ce tube était maintenu à doux frottement dans la gage SS′. Pour pouvoir déplacer ce tube et donner à ω la valeur la plus convenable il fallait dévisser d'abord le porte oculaire VV′ et



modifier ensuite la distance qui sépare la lentille J du systême objectif I,I′.

L'oculaire se composait de deux lentilles D, E plan-convexe, les convexités en regard (oculaire de Ramsden).

IV

DÉTERMINATIONS DES DISTANCES MICROMÈTRES — STADIA

Détermination de la distance horizontale à visées inclinées. — La relation D=k H, dont nous avons parlé jusqu'ici est applicable seulement quant la stadia est disposée perpendiculairement à l'axe optique de la lunette et l'axe optique est horizontal, mais elle cesse d'être exacte quand ces conditions ne peuvent pas être réalisées, ce qui arrive dans la plupart des cas de la pratique. Il s'en suit que pour obtenir la distance horizontale cherchée, il faudra introduire une correction au nombre générateur. Cette correction s'appelle généralement : *réduction à l'horizon.* Elle est fonction de l'angle zénital qu'on lit sur le cercle vertical et se détermine de la manière suivante :

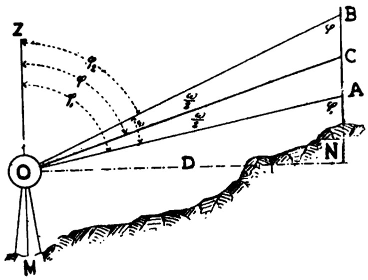


fig. 24

Soient O (fig. 24) le centre de l'instrument, AB la position de la mire, OC la direction de l'axe optique de la lunette, A,B les points

de la stadia dont les images tombent sur les fils du réticule, AB la longueur de la stadia interceptée entre les lignes visuelles OA, OB qui comprennent l'angle stadimétrique ω, φ l'angle zénital de l'axe optique OC, φ_1 , φ_2 les angles zénitaux respectivement des rayons OA,OB ; D la distance horizontale cherchée.

Le Triangle OAB nous donne immédiatement :

$$OA = AB\frac{\sin OBA}{\sin AOB} = AB\frac{\sin \varphi_2}{\sin \omega} \qquad (1)$$

et dans le triangle ONA, rectangle en N, on a d'autre part :

$$D = OA \sin \varphi_1$$

Portant dans cette relation à la place de OA sa valeur de (1),on a :

$$(2) \qquad D = \frac{AB}{\sin \omega} \sin \varphi_1 \sin \varphi_2$$

Nous avons en outre :

$$\varphi_1 = \varphi + \frac{\omega}{2}$$

$$\varphi_2 = \varphi - \frac{\omega}{2}$$

La (2) peut donc s'écrire :

$$D = \frac{AB}{\sin \omega} \sin\left(\varphi + \frac{\omega}{2}\right) \sin\left(\varphi - \frac{\omega}{2}\right)$$

qui, après développement et simplification nous donne enfin :

$$(3) \qquad D = \frac{AB}{\sin \omega}\left(\sin^2 \varphi - \sin^2 \frac{\omega}{2}\right).$$

Quand la ligne de visée est horizontale, $\varphi = 100^\circ$ et la formule (3) devient :

$$D = AB\frac{\cos_2 \frac{\omega}{2}}{\sin \omega} = \frac{AB \cos^2 \frac{\omega}{2}}{2 \sin\frac{\omega}{2} \cos \frac{\omega}{2}} = \frac{AB}{2 \operatorname{tg}\frac{\omega}{2}} = \frac{\lambda n}{2 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}$$

Comme ω est constant, si nous désignons par k la quantité constante $\dfrac{1}{2 \operatorname{tg}\frac{\omega}{2}}$, on aura :

$$D = kAB$$

Or, si les mires sont graduées de manière que l'unité de longueur comporte k divisions, la longueur AB comportera kAB = G divi-

sions, par conséquent :

$$D=G$$

Dans le cas de visées inclinées, remarquons que dans la relation (3), nous pouvons négliger le terme $\sin^2\frac{\omega}{2}$ sans commettre une erreur appréciable et écrire :

$$(4) \quad D=\frac{AB}{\sin\omega}\sin^2\varphi$$

Si G est le nombre de divisions de la mire comprises entre les 2 fils A, B, et λ la valeur en mètres d'une division, on a :

$$D=\frac{G\lambda}{\sin\omega}\sin^2\varphi$$

expression que nous pouvons simplifier en ayant recours à l'expédient pratique suivant :

Après avoir choisi un plan horizontal, plaçons par exemple la mire à la distance de 200 mètres exactement mesurés à partir de la verticale passant par le centre de l'instrument et modifions la position du verre anallatiseur jusqu'à ce que l'angle stadimétrique ω intercepte 200 divisions de la mire.

Dans ces conditions. φ étant égal à 100°, on a :

$$200^m=\frac{200\,\lambda}{\sin\omega}, \text{d'où } \sin\omega=\lambda$$

et finalement

$$D = G\sin^2\varphi$$

Erreur que l'on commet en employant la formule $D = G\sin^2\varphi$. — L'équation (4) est la même que (3) dans laquelle le terme $\frac{AB}{\sin\omega}\sin^2\frac{\omega}{2}=G\sin^2\frac{\omega}{2}$ est supprimé.

Afin de ne laisser aucun doute sur la valeur du terme négligé, citons un exemple :

Soient D = 500 mètres.

$$\varphi = 449^{gr}444 \;..\; (40)$$

on aura :

$$G=\frac{D}{\sin^2\varphi}=\frac{500}{\sin^2 44{,}444}=1211$$

et

$$G\sin^2\frac{\omega}{2}=1211\times 0{,}0000059942 = 0^m00726.$$

On commet donc une erreur en moins de 7 m/m sur une distance de

500 mètres et avec un angle zénital de valeur extrême de 50°.

Valeur de la médiane. — Dans la pratique, on prend ordinairement comme valeur de la hauteur de mire la moyenne arith-

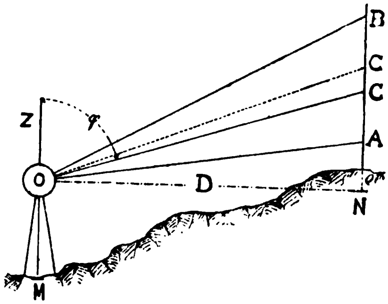


fig. 25

métique des lectures de deux fils correspondants équidistants du fil central. Or, le résultat obtenu par ce procédé est exact seulement quand la visée est horizontale ; dans tous les autres cas, on voit par une simple inspection de la figure, où nous supposons l'angle zénital$<100°$,que la hauteur de la médiane OC_1(fig. 25) déduite par la moyenne des lectures des fils correspondants, tombera sur un autre point C_1placé au dessus du point C et distant de celui-ci d'une quantité CC_1 que nous allons calculer.

Les Triangles BOC et COA nous donnent :

$$(1)\quad BC = OC\,\frac{\sin\frac{\omega}{2}}{\sin\left(\varphi-\frac{\omega}{2}\right)}\quad (2)\quad AC = OC\,\frac{\sin\frac{\omega}{2}}{\sin\left(\varphi+\frac{\omega}{2}\right)};$$

portant en (1) $OC = \frac{D}{\sin\varphi}$ et en désignant par d_1 la différence entre BC et AC, on a, après développements et simplifications :

$$d_1 = BC - AC = \frac{D\sin\frac{\omega}{2}}{\sin\varphi}\times\frac{2\cos\varphi\sin\frac{\omega}{2}}{\sin^2\varphi\cos^2\frac{\omega}{2}-\cos^2\varphi\sin^2\frac{\omega}{2}}$$

Or, $\cos^2\varphi = 1 - \sin^2\varphi$. On a, après simplification :

$$(3)\quad d_1 = \frac{2\,D\cot\varphi\sin^2\frac{\omega}{2}}{\sin^2\varphi\left(\cos^2\frac{\omega}{2}+\sin^2\frac{\omega}{2}\right)-\sin^2\frac{\omega}{2}} = \frac{2\,D\cot\varphi}{\sin^2\varphi\left(\cot^2\frac{\omega}{2}+1\right)-1}$$

Or, le point que nous devons retenir sur la mire tombe au milieu de d_1, il faut donc ajouter $\frac{d_1}{2}$, c'est-à-dire :

$\frac{d_1}{2} = d = \frac{D \cot \varphi}{\sin^2 \varphi \left(\cot^2 \frac{\omega}{2} + 1\right) - 1}$ (4) à la valeur trouvée par la moyenne arithmétique pour avoir le vrai nombre générateur.

Si, dans (3), on fait $\cos^2 \frac{\omega}{2} + \sin^2 \frac{\omega}{2} = 1$ et $d = \frac{d_1}{2}$ et si on supprime $\sin^2 \frac{\omega}{2}$ comme étant négligeable, on a pour expression de d :

$$(5) \qquad d = \frac{D \sin^2 \frac{\omega}{2}}{\operatorname{tg}\varphi \sin^2 \varphi}$$

qui est plus facile à être appliquée dans la pratique.

On peut enfin présenter sous une autre forme cette équation, en portant à la place de D, dans cette expression, G $\sin^2\varphi$. On a alors :

$$(6) \qquad d = G \sin^2 \frac{\omega}{2} \operatorname{ctg} \varphi$$

D'après (5), on peut conclure que l'erreur est directement proportionnelle à D, à ω et à l'inclinaison de la visée, mais dans des proportions différentes.

Nous donnons ci-après, à titre d'exemples, un tableaucomprenant des différences calculées entre la médiane et la moyenne arhitmétique des deux lectures correspondantes :

Nombre générateur G mètres	**Différence *d* en centimètres correspondant à des angles zénitaux φ** système centésimal					
	95°	90°	85°	80°	70°	60°
30	0.02	0.05	0.07	0.10	0.15	0.22
50	0.04	0.08	0.12	0.16	0.26	0.36
100	0.08	0.16	0.24	0.33	0.51	0.73
130	0.10	0.21	0.31	0.42	0.66	0.94
150	0.12	0.24	0.36	0.49	0.77	1.09
180	0.14	0.29	0.43	0.59	0.92	1.31
200	0.16	0.32	0.48	0.65	1.02	1.45

Remarquons, en outre, qu'à des coefficients stadimétriques 25,100 200. 250 correspondent respectivement les différences entre la médiane et la moyenne des deux lectures : donc : $4d_1, \frac{d_1}{4}, \frac{d_1}{16}, \frac{d_1}{25}$.

Si le micromètre est à 5 fils réalisant les angles stadimétriques ω, ω', par un procédé analogue, on trouve :

$$d = 2G \operatorname{tg} \omega \operatorname{ctg}\varphi \sin(\omega - \omega')$$

d'après laquelle on peut calculer les différences, ainsi que nous avons fait pour le micromètre à 3 fils.

Erreur de lecture sur la mire par rapport à l'acuité de la vue naturelle et du grossissement de la lunette. Atténuation de cette erreur par l'emploi des micromètres Porro à fils multiples. — Etant donné la petitesse de l'angle ω, la distance D se réduit, en définitive, à la résolution d'un triangle isocèle dont le côté A opposé à ω est connu. On peut donc écrire $D = \frac{a}{\omega}$

D'autre part, les quantités ω et a étant fonction l'une de l'autre, l'erreur que l'on peut commettre dans l'évaluation de D est exprimée par la différentielle :

$$(1)\ dD = -\frac{a}{\omega}\ d\omega$$

Or, d'après les études de Helmolz, l'acuité visuelle naturelle est estimée à 90″ ; il en résulte que l'acuité visuelle d'une lunette, dont le grossissement est M est $\frac{90''}{M}$, par conséquent l'erreur $d\omega$ affectant l'angle ω dans l'hypothèse que les erreurs s'additionnent peut être exprimée par :

$$d\omega = \pm \frac{180''}{M} \quad \text{et en parties du rayon}$$

$$d\omega = \pm \frac{180}{M\ 206265}$$

Dans ces conditions (1) devient :

$$(2)\ E = dD = \pm \frac{180}{M\omega} D$$

Assignons à ω et M deux valeurs très employées dans la pratique : $\omega = 0{,}01$, $M = 20$, on obtient comme expression de E :

$$E = \pm \frac{180}{41252} = \pm 0,\ 0043\ D$$

Nous serions donc exposés dans ces conditions à commettre une erreur de 43 centimètres sur une distance de 100 mètres, ce qui est

tout à fait intolérable dans les levers de précision.

Pour remédier à cet inconvénient, on pourrait suggérer l'idée d'augmenter le grossissement de la lunette et l'angle ω, mais dans une lunette le champ est en raison inverse du grossissement ; d'autre part, à une augmentation de ω devrait correspondre une augmentation du champ pour que la lecture des deux fils micrométriques soit possible.

Il fallait donc chercher une solution harmonisant ces différents éléments et répondant à toutes les exigences de la pratique. Cette solution est donnée d'une manière satisfaisante par l'emploi des micromètres à plusieurs fils.

Micromètre à plusieurs fils. — Dans les réticules des instruments modernes, les traits sont gravés au diamant. Le fil moyen des traits horizontaux et le trait vertical passent par le centre du réticule, les autres sont disposés symétriquement par rapport aux premières et s'appellent *fils stadimétriques*.

Les micromètres réalisant des angles annallatiques constants peuvent être classés dans les trois catégories suivantes :

1° *Micromètres à 3 fils.*
2° *Micromètres à 5 fils.*
3° *Micromètres à plusieurs fils.*

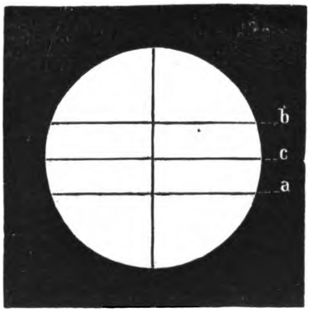


fig. 26

Micromètre à 3 fils. — Le micromètre à 3 fils (fig. 26) dont l'angle anallatique est ordinairement $\frac{1}{100}$ entre les deux fils extrêmes a,b, $\frac{1}{200}$ entre le fil central c et l'un des deux extrêmes, est employé dans les lunettes ordinaires pour les travaux courants et avec les mires divisées en centimètres. Par conséquent, le nombre de mètres comportant la distance correspond au nombre de centimètres si la lecture est faite entre les deux fils a,b et à $2 \times ac = 2 \times bc$ si l'on se sert du fil central.

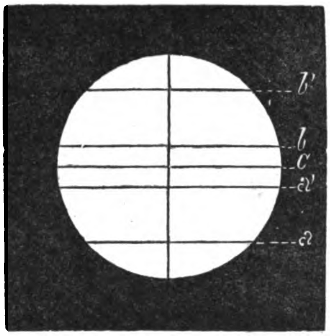


fig. 27

Micromètre Porro à 5 fils, employé dans les Cleps moyen et petit modèle. — Les fils ab, a'b' (fig. 27) réalisent un angle $\omega = 2062'' = 0{,}01$ en parties de rayon ; c'est-à-dire que chaque différence (a—b), (a'—b') donne la distance à réduire à l'horizon (nombre générateur) en raison de 1 cm par mètre. Si la mire employée a pour unité de division le cm, les différences (a—b), (a'—b') représentent la distance cherchée. Les fils a',b comprennent un angle ω de 0,0040.

Mais les avantages essentiels de ce micromètre concernent particulièrement : 1° La diminution des erreurs d'estime des fractions de divisions de la mire ; 2° Les moyens de contrôle des lectures. Ce qui évite les erreurs grossières ; 3° Le degré d'approximation dans les résultats.

Les erreurs d'estime sont extrêmement réduites par l'emploi de la mire parlante Porro (unité de division 4 cm.) dont nous parlerons plus loin.

Le contrôle de l'exactitude des lectures résulte de la comparaison des deux différences a—b, a'—b' qui doivent être égales, à 3 ou 4 cm. près.

L'approximation dans le résultat final est mise en évidence en introduisant le facteur $\sqrt{2}$ dans la relation (2) ce qui devient dans notre cas spécial :

$$E = \pm \frac{180}{8 \times 2062{,}6\ \sqrt{2}} = \pm\, 0{,}0022\ D$$

Micromètre à cinq fils équidistants.— On emploie de préférence ce type de micromètres (fig. 28) pour les lectures sur les mires divisées par cm. Pour les deux fils a, b, $\omega = 1 : 50$, pour a', b', $\omega = 1 : 100$.

Très employé dans les opérations du cadastre italien, ce micromètre présente des avantages au point de vue de la précision des résultats et de la facilité des lectures et des contrôles.

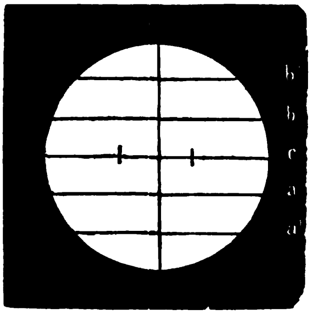


fig. 28

Micromètre à plusieurs fils et à plusieurs oculaires. (Oculaire Argo). — La difficulté d'augmenter le champ de la lunette sans diminuer le grossissement a été surmontée par Porro avec l'emploi dans les Cleps grand modèle d'un micromètre à 15 fils parallèles qui réalisent 3 angles stadimétriques différents, à savoir :

1er rapport $= \frac{1}{50} (\omega = 0.02 = 4125'')$

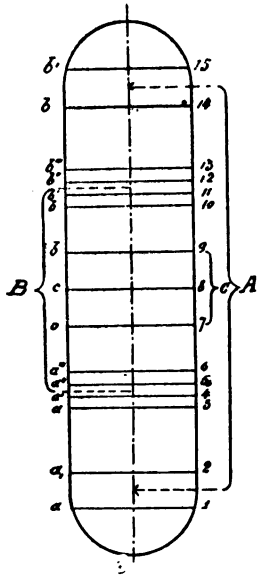
2e rapport $= \frac{1}{100} (\omega = 0,01 = 2062'')$

3e rapport $= \frac{1}{250} (\omega = 0,004 = 825'')$

Ce qui donne lieu à trois groupes. Mais la lecture correspondante aux fils extrêmes du réticule, quand on désire embrasser le plus grand angle micrométrique possible, serait, à cause des circonstances dépendantes de la construction matérielle des lentilles non seulement imparfaite mais difficile et gênante à l'œil, si on se proposait de n'employer qu'un seul oculaire ordinaire, notamment dans le cas de forts grossissements. Pour éviter cet inconvénient l'auteur de la Tachéométrie a muni le réticule à plusieurs fils en question d'un oculaire multiple, grossissant 70 fois, avec lesquels les lectures sont faites aisément et clairement.

Cette espèce d'oculaire a été appelé par Porro : *oculaire Argo*

Les groupements principaux des fils sont les suivants : (fig. 29),



g.2 fi9

A : comportant les fils 1, 2, 14, 15 (a, a′, b, b′) disposés de manière qu'aux écartements 1,14 (a-b) et 2,15 (a′-b′) correspond le rapport stadimétrique $\frac{1}{50}$

Par cette combinaison, on détermine le nombre générateur en faisant la moyenne arithmétique de deux fils correspondants.

B : fils 3, 4, 5, 6 (a,a,′ a,″ a‴) ; 10, 11, 12, 13 (b, b′, b″, b‴) dont les écartements 3, 10 (a-b), 4, 11 (a′-b′), 5, 12 (a″-b″) 6,13 (a‴- b‴) réalisent le rapport stadimétrique $\frac{1}{100}$ Le nombre générateur est donné, dans ce cas, par la moyenne de 4 fils.

C : fils 7,9 (o— b). L'écartement correspond au rapport $\frac{1}{250}$.La détermination du nombre générateur est simple.

Par conséquent, en désignant par les lettres a, a′, b, b′, etc., les lectures sur la mire correspondantes aux fils micrométriques ; par D, le nombre générateur à lunette horizontale, par H la hauteur de la mire visée par le fil central C, nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$\text{Groupe A} \left\{ \begin{array}{l} D = (a - b) + (a' - b') \\ H = (a + b + a' + b')\ 0{,}01 \end{array} \right.$$

$$\text{Groupe B} \left\{ \begin{array}{l} D = (a - b) + (a' - b') + (a'' - b'') + (a''' - b''') \\ H = (a + a' + a'' + a''' + b + b' + b'' + b''') \frac{0{,}01}{2} = \\ \quad = (a + b''')\ 0.02 \end{array} \right.$$

$$\text{Groupe C} \left\{ \begin{array}{l} D = 10\,(a - b) \\ H = 0.04\ C \end{array} \right.$$

Exemple numérique :

Pour démontrer quel degré d'exactitude peut atteindre l'emploi de ce micromètre dans les Cleps grand modèle, nous croyons utile

de citer un exemple numérique relatif aux trois cas ci-dessus :

Supposons que les lectures sur la mire correspondante aux fils du micromètre soient les suivantes :

Fils	1	2	3	4	5	6	7
Lectures	47.02,	43.95,	39.36,	38.13,	37.52,	36.32,	33.20,

Fils	8	9	10	11	12	13	14	15
Lectures	30.14,	27.07,	24.06,	22.83,	22.21,	21.00	16.42,	13.36.

D'après ces données les nombres générateurs, les valeurs de H et de l'erreur E correspondantes aux trois groupes ci-dessus, sont exprimés par :

$$\text{Groupe A} \left\{ \begin{array}{l} D = 61,19 \\ H = 1,2075 \\ E = \pm \dfrac{240}{M\omega\sqrt{2}} D = \pm 0.00058\ D = \dfrac{1}{1724} D \end{array} \right.$$

$$\text{Groupe B} \left\{ \begin{array}{l} D = 61,23 \\ H = 1,2072 \\ E = \pm \dfrac{240}{M\omega\sqrt{4}} D = \pm\ 0.00032\ D = \dfrac{1}{1220} D \end{array} \right.$$

$$\text{Groupe C} \left\{ \begin{array}{l} D = 61,30 \\ H = 1,2056 \\ E = \pm \dfrac{240}{M\,\omega} D = \pm 0.041\ D - \dfrac{1}{245} D \end{array} \right.$$

Pour justifier la discordance qu'au premier abord on pourrait apercevoir dans les éléments concourant à l'évaluation de E, il est essentiel de remarquer que l'objectif de la lunette du cleps grand modèle étant de 50 mm. et le grossissement de 70 fois, le coefficient de l'acuité visuelle n'est plus 90″, mais 120″, d'autre part le terme $\sqrt{4}$ qui affecte le dénominateur dans l'expression de E du groupe B et dû à la présence de deux binômes comportant les lectures sur 8 fils.

Or, si l'on veut faire abstraction des lectures faites par le groupe central C, qui d'ailleurs n'est employé que très rarement, les deux autres groupes de fils A pour les lectures normales, B pour les lectures intermédiaires offrent des résultats dépassant en précision tout ce que l'on pourrait désirer dans les travaux des levers.

En effet, l'expérience a largement démontré que si les pointés sont exécutés dans de bonnes conditions atmosphériques, si la mire est maintenue verticale et immobile et si les lectures sur la stadia Porro (unité de 4 cm.) sont exécutées avec toutes les précautions nécessaires, le degré de précision indiqué dans les expressions de E pour les deux premiers groupes est réalisé intégralement dans les résultats pour des lectures ne dépassant pas la distance de 150 m.

Au delà de 150 jusqu'à 250 mètres, l'erreur croît rapidement et atteint même le double, mais dans ces conditions aussi le degré d'approximation que l'on atteint est assez considérable. En effet, si l'on considère réduite à 1/500 la valeur de E, nous ne commettons qu'une erreur tolérable pour des levers dans lesquels il nous est permis comme dans les points de détails des terrains, de pousser les lectures à des distances excessives.

Remarquons d'autre part, que la possibilité de pouvoir faire des mesures aussi exactes que rapides des distances de 150 m. est un avantage considérable pour l'ingénieur. Une longueur de 150 m. exactement mesurée permet effectivement d'établir les stations distantes de 300 m. l'une de l'autre par le procédés des points de rattachement, comme nous allons voir, dans les cheminements principaux.

L'adoption donc du micromètre à 15 fils dans le Cleps grand modèle, accompagné de la mire d'unité 4 cm. résout entièrement le problème des lectures des distances avec l'exactitude désirable.

Pour que l'on se rende compte de la facilité des manœuvres à exécuter pour les observations, nous ajoutons que les trois oculaires sont appliqués dans une pièce métallique qui peut glisser dans la partie antérieure de l'oculaire.

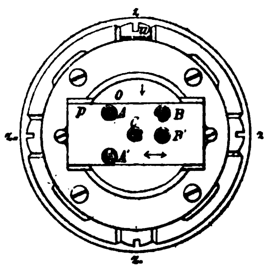


fig. 30

La figure 30 représente la tête oculaire de la lunette d'un cleps grand modèle. Il suffit de pousser la plaquette p dans le sens convenable : les trous AA', BB', et C mettent à jour respectivement les groupes A, B, C des fils.

Stadia ou mire parlante. — La stadia est le complément indispensable du Tachéomètre. Jusqu'ici, on en a imaginé et construit de nombreuses variétés, tant pour la manière des divisions et les couleurs adoptées dans leur chiffraison, que par la forme et le mécanisme des joints ayant pour but de les rendre facilement maniables et transportables. La stadia se compose d'une simple règle plate de 10 centimètres environ de largeur et de 3 à 6 cm de hau-

teur, se repliant en son milieu à l'aide d'une charnière. Elle présente sur une de ses faces, des divisions destinées à la détermination des distances.

L'emploi de la stadia suppose que les deux points extrêmes sont à la fois accessibles et visibles l'un de l'autre et que d'autre part, la distance n'est pas trop considérable. En outre, la stadia remplace avantageusement la mesure directe, lorsque des accidents de terrain séparent les deux points, procure une grande économie de temps et permet de ne pas traverser le terrain. La possibilité de pouvoir faire la lecture à distance procure en outre un surcroît de garantie.

Le corps de la stadia est une longue poutrelle de sapin, bois le moins hyprométrique parmi tous, constituée, quand il est possible, de deux voliges débitées d'une même pièce de bois et asssemblées dos à dos pour éviter les déformations dues au travail du bois sous l'influence des agents atmosphériques. On peut assembler les deux morceaux de bois en forme de T (fig. 31) : on combat ainsi plus

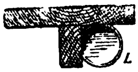
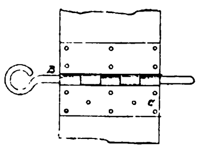


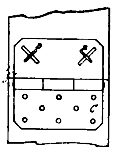
fig. 31

facilement la torsion que subit la mire soit sous l'influence de son propre poids, soit sous l'action du vent.

Quand les mires sont d'une pièce (ce sont les meilleures) leur longueur ne dépasse pas 3 m. à 3 m. 50, mais dans ces conditions, elles sont encombrantes. Avec les mires en deux pièces (les plus ordinairement employées) on peut arriver facilement à 6 mètres.

L'assemblage des deux parties se fait à couteau comme dans la mire Porro ou bien au moyen de charnières C et de broches B (fig..32) ou avec charnière C et des bornes d'assemblage BB (fig. 33)





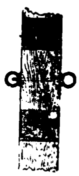


fig. 32 fig. 33 fig. 34

ou d'une barre métallique en forme d'U pivotant autour de la saillie postérieure de la mire à forme de T, munie d'une vis d'arrêt. On peut aussi se servir d'un boulon et d'un écrou (fig. 34).

La partie supérieure de la stadia à deux pièces peut être munie

d'une allonge à coulisse pour pouvoir éventuellement allonger la mire. La partie inférieure est garnie d'un pied en fer qui protège le bois contre les chocs et l'usure et dont le plan d'appui doit être exactement perpendiculaire à l'axe de la mire.

Une poignée H (fig. 35) enfin placée à 1 m. 30 environ de sa base permet au porte-mire de la maintenir solidement. La stadia est graduée sur sa face antérieure au moyen de divisions alternativement rouges et blanches ou noires et blanches et marquées de chiffres très apparents.

Les divisions ont généralement $0^{m}02$ de largeur et les chiffres inscrits à l'envers, en raison du renversement des images dans la lunette expriment des décimètres. La verticalité de la stadia est assurée ou au moyen d'un fil à plomb, ou bien, ce qui est préférable pour des lectures inclinées à l'aide du niveau sphérique fixé derrière la stadia et réglé de manière que la stadia soit verticale quand la bulle d'air tombe sous le cercle de repère. Le rayon de courbure du niveau sphérique doit être de 10 cm. environ quand il s'agit de lectures horizontales mais non inférieur à un mètre pour les lectures inclinées. L'immobilité de la mire est une condition importante de la précision des opérations. On l'obtient en employant deux tiges inclinées contre la mire pour pouvoir s'opposer à l'action du vent.

Divisions et chiffraisons. — Les divisions et les chiffraisons varient avec les constructeurs et le modèle du tachéomètre employé.

Les plus généralement adoptées sont représentées par les figures 35 à 38.

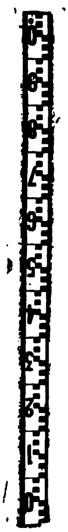


fig. 36

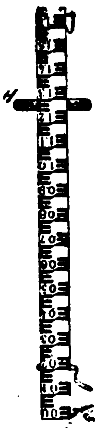


fig. 35

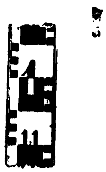


fig. 38



fig. 37

Pour que les divisions de la stadia offrent le maximum de visibilité compatible avec la largeur des divisions à fractionner et qu'il n'y ait pas d'équivoque dans la lecture des chiffres, tant les divisions que les chiffres doivent êtres peintes en noir sur fond blanc et disposées de manière que la limite de séparation de deux groupes de 10 divisions apparaisse nettement marquée et dépourvue de tout détail inutile : les chiffres de forme simple, droits, non pliés.

Pour éviter de peindre le numéro complet des dizaines à

côté des divisions ce qui oblige à augmenter la largeur de la stadia, on peut placer suivant les cas, un, deux, trois points près du chiffre des unités.

Malgré les inconvénients que présente ce système, un opérateur exercé, même sans les points, ne commet presque jamais l'erreur de comptage, en raison, non seulement de son expérience professionnelle mais aussi par l'habitude que nous avons tous de lire les livres et les tables numériques, en descendant.

Lectures sur la stadia. — Tous les instruments stadimétriques sont basées sur les propriétés des triangles semblables.

Soit L (fig. 36) la distance cherchée, AB une mire verticale,

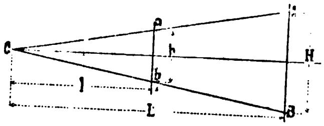


fig. 39

ab la distance des deux fils micrométriques d'une lunette et O l'œi de l'observateur, le tout étant supposé de telle sorte que les rayons visuels aboutissant à A et à B passent par a et par b.

Désignons par H la hauteur de la mire, h l'écartement des fils micrométriques, l la distance de l'œil au micromètre.

De la similitude des 2 triangles AOB, aOb, il résulte :

$$L = l \frac{H}{h}$$

L pourra être calculé en laissant constantes deux des trois quantités L, H ou h, et en faisant varier la 3e.

On a ainsi trois catégories de mires qui ont respectivement pour variable : la première, la hauteur H de la mire ; la seconde, l'écartement h des fils du réticule ; la troisième, la distance l de l'œil au réticule.

La première catégorie de stadias est de beaucoup la plus employée en topographie.

L'observation se fait en plaçant l'instrument sur l'une des extrémités de la distance à mesurer, tandis qu'à l'autre extrémité on a placé la mire parlante. On fait coïncider un des fils du micromètre avec le zéro (le point B de la figure). L'autre fil aboutit à la division A.

L'écartement des fils qui est invariable se trouvant ainsi que la grandeur des divisions de la mire, préalablement réglé de telle sorte que chacune des divisions de la longueur interceptée entre eux corresponde par exemple à 1 m de la distance cherchée, celle-

ci sera immédiatement donnée par la graduation de la division ; les fractions sont estimées à l'œil. L'angle AOB comme nous l'avons déjà démontré, est constant pour chaque instrument : c'est l'angle stadimétrique. La limite d'emploi est atteinte quand les fils correspondent aux deux extrémités de la mire.

Avec les deux autres catégories de stadia, la mesure est possible à toutes les distances, mais quand celle-ci augmente, la précision est moindre et diminue très rapidement.

En terrain incliné la lecture de la stadia doit être corrigée par une réduction à l'horizon d'après la formule $D = G\sin^2\varphi$. On fait pratiquement cette opération à l'aide de table de réduction.

Pour les nivellements de haute précision, on se sert de la mire à compensation. C'est une mire parlante d'une construction très soignée à laquelle est joint un dispositif consistant en deux règles, l'une en fer, l'autre en laiton, logées longitudinalement dans l'âme de la mire, fixées invariablement à son talon et libres à leur extrémité supérieure, de manière à constituer par leur réunion un thermomètre bimétallique de Borda. Deux index placés sur la règle de fer et, en regard de ces index, deux échelles graduées, vissées, l'une sur la règle de laiton, l'autre sur le bois de la mire, permettent par deux lectures faites à la loupe, de constater à tout moment la variation de longueur du bois et d'effectuer la correction correspondante.

Mire Porro (unité 4 cm.) — Le but que Porro s'est proposé en adoptant la longueur de 4 cm. comme unité de mire, est d'obtenir le nombre générateur rapidement et exactement. Cette unité, en effet, présente les avantages suivants : a) on évite les moyennes arithmétiques en se bornant à de simples additions, ou tout au plus dans certains cas il s'agit de multiplier mentalement par 2 ou de transporter une virgule d'une place pour multiplier par 10. b) La graduation qu'elle permet d'obtenir diminue considérablement les erreurs inévitables d'estime de fraction de division. c) La division combinée avec les fils multiples du réticule permet le contrôle immédiat des lectures faites et évite ainsi les erreurs grossières et les pertes de temps qui s'en suivraient.

Pour tirer le plus grand avantage du choix de cette unité par rapport aux cas pratiques, Porro a adopté, en outre, 3 espèces de divisions de cette unité, chacune desquelles a, par suite, donné lieu à un type spécial de stadia que l'on emploie suivant la distance à mesurer.

Examinons séparément les 3 modèles :

Stadia n° 1. — L'unité principale de 4 cm. (fig. 40) est divisée

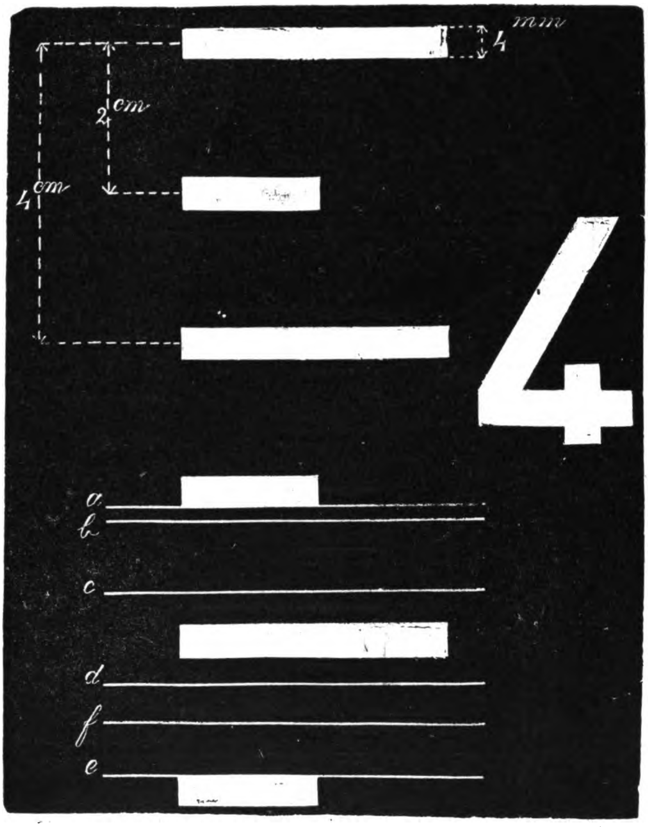


fig 40

en 2 parties égales de 2 cm. Le rapport entre la largeur du trait de division et l'intervalle entre deux divisions consécutives est égale à 1/5, c'est-à-dire à 4 mm. La longueur de la stadia est de 4^m40.

Pour juger du degré d'approximation obtenu dans les lectures à estime de fractions de divisions, supposons que a, b, c, d, e, f, soient les différentes positions qu'un fil du micromètre peut occuper sur la stadia, on peut évidemment lire comme suit :

Fils		Lectures
a	=	40.55
b	=	40.60
d	=	40.85
c	=	41.15
e	=	41.45
f	=	41.25

On emploie de préférence le modèle n° 1 avec le Cleps grand mo-

dèle qui permet d'effectuer les lectures jusqu'à 800 pour les points de détail, grâce à la puissance de la lunette dont cet instrument est muni et à la clarté assurée par son système dioptrique et toujours dans de bonnes conditions d'observation. Avec la lunette du Cleps moyen et petit modèle on peut lire aisément jusqu'à 400 et 300 m. respectivement.

Stadia n° 2. — L'unité principale de 4 cm. est divisée en cinq parties égales de 8 mm. (fig. 41).



fig. 41

Le rapport entre l'épaisseur du trait de division et l'intervalle entre deux divisions consécutives, est comme pour le modèle n° 1, égal à 1/5, c'est-à-dire à 8 mm.

La longueur adoptée est de 4^{m}40 pour les grandes distances, de 2 m. pour les petites distances.

La lecture à estime des fractions de division correspondant aux différentes positions a, b... g que le fil micrométrique peut occuper sur la mire donne, d'après la figure, les résultats du tableau suivant :

Fils		Lectures
a	=	40.62
b	=	40.66
c	=	40.76
d	=	40.84
e	=	41.10
f	=	41.18
g	=	41.34

Cette mire employee avec les Cleps de trois modèles permet d'effectuer le relevé des points de détails à des distances respectivement de 350, 250, 200 m. dans les mêmes conditions que ci-dessus :

Stadia n° 3. — L'unité de 4 cm. est divisée en 10 parties égales de 4 mm. Le rapport entre l'épaisseur du trait et l'intervalle entre deux divisions successives est également de 1/5. C'est-à-dire de 8 mm. (fig. 42).

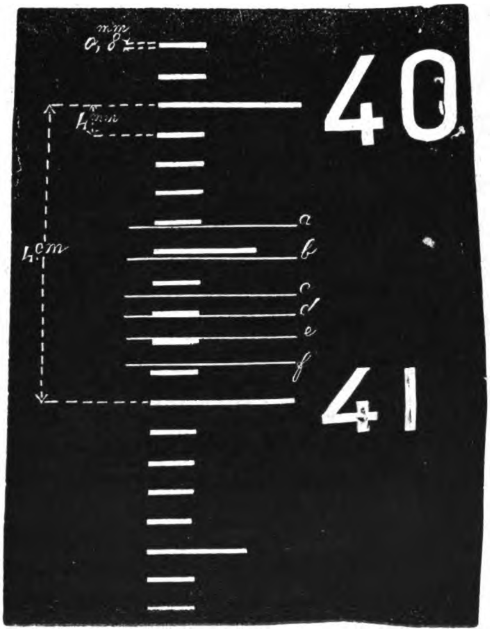


fig. 42

La lecture à estime d'après les positions différentes a b.. f du fil sur la stadia donne les résultats ci-dessous décrits :

Fils		Lectures
a	=	40.42
b	=	40.53
c	=	40.65
d	=	40.71
e	=	40.79
f	=	40.87

Les distances que l'on peut facilement lire sur cette mire, en employant les trois types de Cleps, sont de 250, 200, 150 mètres.

A propos de l'emploi de ces mires, une remarque importante et générale s'impose et cela soit dit pour le débutant : c'est-à-dire que malgré l'apparente complication de cette méthode de lecture, cha-

cun peut se rendre maître du procédé d'estime de fraction de division en quelques minutes de tentatives.

L'exercice ordinaire se réduit ensuite à une opération tout à fait mécanique qui donne des résultats exacts avec une étonnante promptitude.

Règle de nivellement auto-réductrice. — Nous ne pouvons clore cette partie concernant les mires parlantes sans faire allusion, toujours dans les limites consenties par le cadre restreint de cet ouvrage, à une nouvelle mire appelée : *Règle de nivellement auto-réductrice* inventée par un américain G. L. Wilsot de Saint-Louis, qui est à vrai dire, employée plus spécialement pour les opérations de nivellement et qui est représentée par la figure 43. L'avantage de cette disposition, dit l'auteur, consiste en ce que les chiffres sont formés entièrement de lignes droites. Le centre de figure de chaque chiffre correspond exactement au dixième, la ligne du sommet et celle de base donnent le demi-dixième, au premier coup d'œil.



fig. 43

On rend la graduation encore plus visible en colorant en rouge les chiffres 1, 2, etc. La grande majorité des hommes employés au nivellement peut lire ainsi sans difficulté ni confusion, cette graduation à une distance de 300 m. Il est d'ailleurs aisé de faire subir cette modification, à toute règle de nivellement déjà existante.

V

ORGANES COMPLÉMENTAIRES

Axes de rotation. — Les axes de rotation des tachéomètres sont des pièces coniques appelées *centres*, traversant des douilles de même forme et comportant une ou plusieurs parties mobiles, suivant le modèle de l'instrument et son degré de perfection.

Dans la figure 44 la colonne centrale C, entraînant l'alidade A,

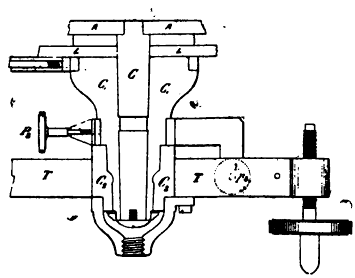


fig. 44

tourne autour de la chemise C_1 solidaire avec le limbe L. Colonne et chemise peuvent être fixées au moyen d'une vis d'arrêt. Le mou-

vement général de l'instrument est arrêté à l'aide de la vis P_3 ; p_3 est la vis des fins mouvements.

La figure 45 représente un centre de tachéomètre grand modèle

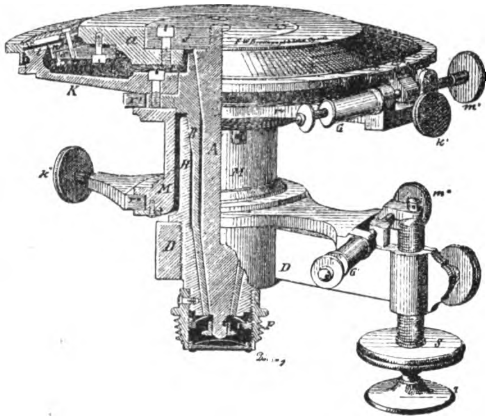


fig. 44

de la maison Breithaupt : A est l'axe central à double contact conique qui soutient et entraîne dans son mouvement toute la partie supérieure de l'appareil : alidade, vernier, support de la lunette et lunette ; B, deuxième partie mobile qui est solidaire avec le massif du limbe d'une part et la chemise M, pièce cylindrique munie de la vis d'arrêt k″. Une partie fixe est composée du manchon H vissé par le milieu dans l'anneau D ; cet anneau est solidaire du triangle métallique qui repose sur les 3 vis calantes. Une bague filetée est enfin fixée à la partie inférieur de H et est destinée à être vissée sur le trépied.

Dans les centres bien construits, les pièces coniques doivent prendre contact d'un côté sur toute l'extension des surfaces coniques et en outre sur de petites couronnes horizontales ménagées à cet effet. On aurait un jeu si les pièces appuyaient sur le plan et non sur la surface conique et il se produirait des coincements dans le cas contraire.

Cercles divisés. — Le tachéomètre est muni de deux cercles, le cercle horizontal qui sert à mesurer les azimuts et le cercle vertical avec lesquels on mesure les distances zénitales. Beaucoup de tachéomètres en usages sont encore gradués suivant l'ancienne division sexagésimale, mais les appareils de construction récente présente tous la graduation centésimale qui offre comme avantage sur l'ancienne division, la simplicité, l'uniformité, l'analogie avec les mesures métriques linéaires, la rapidité des calculs et la sûreté des résultats, en un mot, tous les avantages du système métrique décimal. Chaque grade se subdivise en décigrade, centigrade (ou

minute centésimale) milligrade, décimilligrade (seconde centésimale) etc.

Actuellement, le grade est divisé en grades et demi-grades. Les cleps présentent une particularité sur les autres modèles de tachéomètres : les cercles sont renfermés dans des enveloppes métalliques qui ont pour but de préserver les divisions qui sont une partie des plus délicates du tachéomètre contre les actions extérieures des agents atmosphériques, pluie, poussière, etc. Elles ne laissent à découvert que la seule partie correspondant aux microscopes pour la lecture des angles.

Théoriquement dans les cleps la chiffraison peut être effectuée dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens contraire, mais en pratique, par effet de l'habitude que nous avons de lire et écrire de gauche à droite, nous nous trouvons exposés à commettre des erreurs quand, exceptionnellement, nous devons nous servir d'une division dont la chiffraison croît de droite à gauche.

Dans la figure 46, en effet, on lit facilement 124, tandis que nous

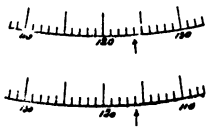


fig. 46 fig. 47

serions tentés de lire aussi 124 au lieu de 116 dans la figure 47 si l'on n'a pas soin d'observer le sens de la chiffraison.

C'est pourquoi on préfère les limbes divisés dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Vernier rectiligne. — Les règles dont on se sert pour la mesure des longueurs ont pour plus petite division, par suite de la nécessité de donner aux traits une épaisseur qui les rendent visibles à l'œil nu, le millimètre ou demi-millimètre. Quand on veut pousser plus loin l'approximation, on a recours à un petit instrument appelé *vernier*. Son principe est le suivant : soient deux lignes de même longueur, l'une divisée en 10 parties égales, l'autre en 9 et juxtaposés. La première division de la seconde dépassera évidemment la première de 1/10 de cette division, la seconde division de la seconde dépassera la seconde division de la première de 2/10 et ainsi de suite. En supposant que les divisions de la seconde représentent des millimètres, l'excès sera respectivement de $0^{mm}1$, $0^{mm}2$. Soit maintenant AB (fig. 48) une règle gra-

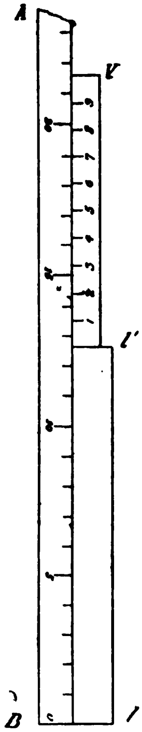


fig. 48

duée en millimètres, et V une seconde régle, le vernier, mesurant exactement 9 millimètres divisés en 10 parties égales et disposée de façon à glisser le long de la première. Soit, d'autre part, *ll'* la longueur à mesurer. L'une de ces extrémités *l* coïncide avec le zéro de la règle et l'autre *l'* tombe entre les douzième et treizième division. La longueur *ll'* et donc égale à 12 millimètres plus une fraction qu'il s'agit d'évaluer. On amène ainsi le zéro du vernier contre *l'* et on cherche parmi les traits dont il est marqué celui qui est en regard de l'un des traits de la règle. C'est, sur la figure, le septième lequel se trouve coïncider avec la division 19. Puisque chaque division de la règle excède de 1/10 de millimètre chaque division du vernier, la division 18 de la première sera à $0^{mm}1$ du trait 6 du second, la division 17 à $0^{mm}2$ du trait 5, la division 12 à $0^{mm}7$ du trait o, autrement dit de l' ; la longueur ll' est par conséquent égale à $12^{mm}7$. D'où cette règle pour l'emploi des verniers rectilignes : *Le numéro d'ordre de la division du vernier qui coïncide avec un trait de la grande règle donne la fraction additionnelle cherchée en dixième de millimètres.*

Verniers circulaires. — Le même principe est applicable à la mesure des angles. Le vernier qui a, dans ce cas, comme le limbe de l'instrument, la forme circulaire est divisée en 10, 20, 30 parties égales correspondant à 9, 19, 29 divisions du limbe. Il est porté par une alidade mobile et glisse à frottement doux sur la circonférence interne. Il y en a, en général, plusieurs sur les instruments de grande précision. Ils sont placés deux par deux aux extrémités d'un même diamètre et l'angle cherché est donné par la moyenne de toutes les lectures.

Si aucun trait du vernier ne coïncide avec un trait de division du limbe (fig. 49) deux traits du vernier s'approchent de plus en plus

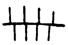


fig. 49

de la coïncidence : l'on adoptera l'appoint correspondant à la divison du vernier qui s'approche le plus de la division du limbe. Il faut, à ce propos, remarquer que c'est là l'inconvénient principal

que présentent les verniers pour la lecture des angles. Il semble parfois que plusieurs traits consécutifs coïncident et l'on est alors incertain de la division que l'on doit inscrire pour la valeur d'un angle, ce qui produit une perte de temps et cause l'inexactitude des résultats.

Verniers complémentaires. — M. Sanguet a imaginé des verniers séparés d'un arc de 15° d'amplitude, ce qui atténue l'erreur de lecture des degrés et fournit, en outre, le moyen de contrôler les lectures.

En effet, si x est l'appoint à ajouter au nombre de degrés indiqués par l'indice du premier vernier pour obtenir la lecture complémentaire qui serait fournie par un vernier ordinaire, le premier des verniers complémentaires fournit un appoint :

$$x_1 = 0,45\ x$$

et le deuxième, un appoint : $x_2 = 0,55\ x$

de manière que l'on a toujours :

$$x_1 + x_2 = x$$
$$x_2 - x_1 = 0,1\ x$$

En vérifiant pour chaque angle que cette rélation soit satisfaite on a une preuve de l'exactitude des lectures. Quand, au contraire, elle n'est pas satisfaite, on est certain d'avoir commis une erreur et l'interprétation des deux relations susdites permet souvent de la retrouver et de la corriger sans être forcé de retourner sur le terrain.

Lectures au microscope. — Degré d'approximation. — Notre œil possède la faculté de pouvoir apprécier avec une grande approximation, la position relative qu'un trait, p. e. f (fig. 50) occupe entre les deux traits *a*, *b*, c'est-à-dire la différence d'écartement de f par rapport à *a* et *b*, à condition que l'amplitude de l'intervalle à évaluer ne dépasse pas 50 fois l'acuité de la vue.



fig. 50

En se basant sur ce principe, M. Salmoiraghi a muni les cleps à lunette centrale de microscopes composés à fils fixes ayant pour but d'apprécier à estime les fractions de dixième de grade.

Or, dans les limbes de ces appareils, chaque grade est subdivisé en 10 parties. D'autre part, le grossissement des microscopes est fixé de manière à permettre d'apprécier exactement 1/10 de division. Il s'en suit que le degré d'approximation atteint 1/200 de grade, c'est-à-dire 0.005, toutes les fois que la lecture est effectuée par un seul fil.

Dans les opérations qui exigent une plus grande exactitude, on peut obtenir les angles à un degré d'approximation plus élevé, en effectuant les lectures avec d'autres fils supplémentaires du réti-

cule. Ainsi, par exemple, avec le micromètre à 3 fils dont le champ est représenté par la figure 51, le degré d'approximation est

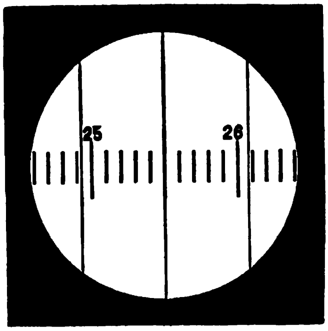


fig. 51

$$\frac{0.005}{\sqrt{3}} = 0,0029$$

On peut multiplier le nombre de fils lecteurs: la multiplicité de ces fils n'implique aucune complication ni surcroît de travail et augmente de plus en plus l'approximation des lectures. On acquiert sans peine et en peu de temps l'habitude de lire au microscope : il s'agit de mettre à profit une faculté, une sensibilité physiologique que notre œil possède à un degré supérieur. Et cela est d'autant plus important qu'il n'y a pas d'autre moyen pour atteindre des résultats aussi exacts. Pour que l'on puisse se rendre maître de la méthode, on doit commencer par estimer le dixième d'intervalle, ensuite, on passe au vingtième, au cinquantième, de division ; il y a des opérateurs qui estiment aisément le 100ᵉ d'intervalle.

Nivelle — Construction — Sensibilité — Réglage — Nivelle sphérique. On appelle *nivelle* l'organe spécial du Tachéomètre ayant pour but de faire connaître à chaque instant à l'observateur la position occupée dans l'espace par l'axe de l'instrument.

Une nivelle topographique comporte essentiellement une fiole cylindrique en verre, d'un rayon de courbure de 10 à 60 mètres et portant, gravés sur sa partie supérieure des traits généralement distants de 2 millimètres. Pour remplir la fiole, on emploie l'alcool, l'éther ou un mélange des deux. Ces liquides n'ont aucune action sur le verre, ne sont pas susceptibles de se congeler aux températures basses des climats dans lesquels l'instrument doit être employé et présentent, en outre, une grande mobilité et l'inaltérabilité dans le temps.

Une bulle est d'autant plus sensible qu'elle est plus longue, l'ex-

périence ayant démontré que la mobilité d'une bulle est en raison inverse du carré de sa longueur ; mais il ne faut cependant pas exagérer cette longueur au point de rendre impossible l'observation à peu près simultanée des deux limites de la bulle. La fiole doit avoir un diamètre non inférieur à 10 ^{mm} afin que l'épaisseur du liquide au-dessous de la bulle soit assez grand pour éviter des résistances excessives ; sa surface intérieure, bien polie, pour diminuer le frottement avec le liquide. Ce tube en verre étant soudé à la lampe à ses deux extrêmités, est renfermé dans un étui en laiton muni d'une large échancrure qui laisse à découvert la graduation gravée sur le verre. Cette gaine est fixée de plusieurs manières sur les

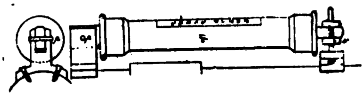


fig. 52

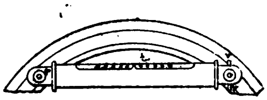


fig. 53.

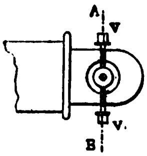


fig. 54.

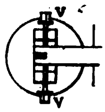


fig. 55

différentes parties de l'instrument. (fig. 52, 53, 54, 55)

On appelle *arc directeur* la courbe ABC (fig. 56) décrite par le centre de la bulle ; axe de la nivelle, la corde AC. La directrice d'une fiole est la tangente menée par le point central B de la fiole, quand la corde AC est horizontale. On dit que la nivelle est calée ou la bulle est amenée entre ses repères quand sa directrice est perpendiculaire à son axe de rotation supposé vertical.

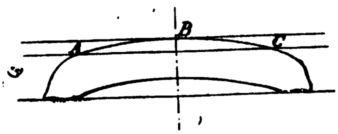


fig. 56

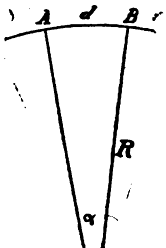


fig. 57

La sensibilité de la nivelle est mesurée par le déplacement angu-

laire en secondes de la bulle, correspondant au déplacement linéaire d'un millimètre du centre de la bulle. Comme ce déplacement est proportionnel au rayon de courbure, on peut dire que le rayon de courbure d'une fiole fournit la mesure de sa sensibilité. En désignant par AB $= d$, (fig.57), le déplacement linéaire, α le déplacement angulaire correspondant, R le rayon de courbure de la fiole,

on a, en secondes, $\alpha = \frac{d}{R} \frac{1}{\sin 1''} = \frac{d}{R} 206265$ et pour $d = 1^{mm}$,

$\alpha = \frac{206{,}245}{R}$, c. à. d. la sensibilité est en raison inverse du rayon de courbure.

Le réglage de la nivelle s'effectue de la manière suivante : on place la nivelle sur un plan quelconque de manière à rendre visibles simultanément les deux extrêmités de la bulle sous les divisions et on note la position de l'une des deux extrêmités de la bulle ou la différence des lectures des deux extrêmités sur la graduation de la fiole ; on retourne ensuite la nivelle bout à bout et on fait les mêmes observations : si les deux lectures ou les deux moyennes qui en résultent sont égales, la nivelle est réglée ; dans le cas contraire, on tourne les vis de réglage qui déplacent dans le sens vertical le tube de la nivelle jusqu'à ce que les lectures soient identiques.

Le *nivelle sphérique* (fig. 58) est un récipient de forme cylindrique fermé à sa partie supérieure par un verre en forme de calotte sphé-

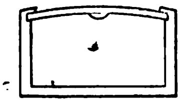


fig. 58

rique, ayant un rayon de 0,10 sur lequel est gravé un petit cercle (*cercle de repère*) et son centre (*centre de la bulle*), ayant pour but d'établir la verticalité absolue d'un axe et, par conséquent, l'horizontalité d'un plan. Ainsi que les nivelles cylindriques, elles sont remplies d'alcool, d'éther ou d'un mélange de ces deux liquides, excepté pour une petite partie qui constitue la bulle. Employé couramment avec le pied à calotte sphérique, elle permet de rendre à peu près vertical, sans tâtonnement, l'axe de l'instrument, ce qui réduit notablement la durée du calage définitif avec les vis calantes et les nivelles cylindriques. Elle s'emploie aussi pour assurer la verticalité des mires parlantes.

Vis calantes. — Entre la pièce métallique à trois branches qui soutient l'instrument et le plateau du trépied sont interposées trois vis, dites *vis calantes* ; chacune d'elle est engagée dans une branche

dont l'extrêmité fêlée sur une certaine longueur est munie d'une vis de serrage à l'aide de laquelle les 2 parties peuvent être écartées ou rapprochées à volonté. Les extrêmités des vis de calage sont arrondies (fig. 44, 59) et reposent sur les parois des rainures, les vis terminées en pointe conique étant plus sujettes à être détériorées et,

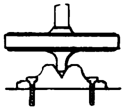


fig. 59

en outre, la pointe étant rarement dans l'axe de la vis. Le but des vis calantes est de rendre vertical l'axe de l'instrument. A cet effet, la manœuvre habituelle doit être conduite de manière à imprimer à deux vis, avec la plus grande exactitude possible et avec une certaine rapidité, des rotations de même amplitude, ce que l'on obtient en amenant simultanément les deux vis avec les mains correspondantes. Dans cette position, on est, en effet, conduit par suite d'une impulsion toute naturelle résultant de la symétrie de nos organes à visser l'une des vis, tandis que l'on dévisse la seconde.

Vis d'arrêt. — Vis de rappel. — Quand on doit effectuer un pointé, on tourne d'abord à la main la partie mobile de l'instrument pour amener l'objet visé dans le champ de la lunette, mais cette manœuvre ne suffit pas, quand il s'agit de collimer un point ou une ligne verticale : il faut donc avoir recours à des organes spé-

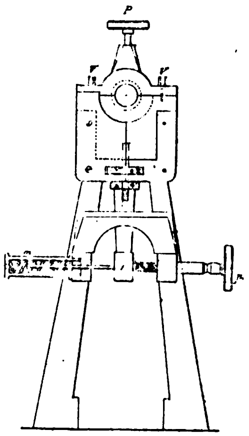


fig. 60

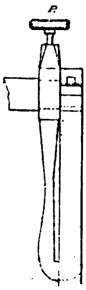


fig. 61

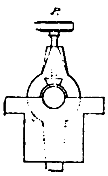


fig. 62

ciaux qui permettent de faire tourner la partie mobile très lentement et très sûrement. A cet effet, on emploie les *vis d'arrêt,* de *pression* ou de *serrage* et les *vis de rappel, pinces* ou *vis micrométriques.* (fig. 60, 61, 62)

La vis d'arrêt a pour but d'arrêter le mouvement d'une partie mobile de l'instrument par rapport à une partie fixe ou à une autre partie mobile avec lesquelles elle devient solidaire et ce, en serrant entre deux mâchoires la partie mobile ou bien en serrant l'axe au moyen d'un collier. Dans ces conditions, si l'on veut imprimer un certain déplacement à la partie mobile, il faut recourir à la vis de rappel qui se compose de deux parties distinctes : une vis micrométrique et un piston entre lesquels est emprisonné la mâchoire ou un appendice solidaire avec la vis d'arrêt. Sous l'action d'un ressort placé dans le cylindre, le piston assure le contact permanent de l'appendice de la vis de serrage, ou de la machoire et de la vis de rappel. Il suffit donc de tourner la vis de rappel pour obtenir le déplacement de la partie mobile. Pratiquement, la fermeture des vis d'arrêt doit être faite légèrement pour des observations de courte durée, énergiquement quand le disque doit rester immobilisé pendant une série d'observations.

Aiguille aimantée. — Si l'on tient compte des variations périodiques et accidentelles que l'aiguille aimantée subit dans sa déclinaison, (seule position qui intéresse les opérations topographiques), l'aiguille remplit des rôles très importants. Dans les instruments topographiques, elle s'emploie, ou montée dans une boite quand l'aiguille doit faire un tour entier de rotation autour de son axe, ou dans un tube cylindrique horizontal (déclinatoire), quand

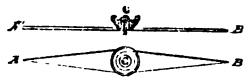


fig. 63

elle ne doit se déplacer seulement que de quelques degrés dans le sens horizontal,

L'aiguille doit être *mobile* c. à. d. qu'éloigné de sa position stable elle doit réoccuper la direction primitive après un certain nombre d'oscillations, régulièrement décroissantes ; *sensible,* ce qu'on reconnait au nombre et à la vitesse de ces oscillations, celles-ci devant être au moins d'une trentaine par minute pour une aiguille de longueur moyenne. Elle doit satisfaire en outre aux deux conditions suivantes :

1° Les pointes A,B,(fig, 63) et le centre C de rotation doivent être situés sur la même droite ; 2° Le centre C de rotation doit coïncider avec le centre du limbe divisé de l'instrument.

Déclinatoire. — Le tachéomètre est presque toujours pourvu d'un déclinatoire fixé à la colonne de l'instrument. Le déclinatoire le plus employé se compose d'un tube cylindrique horizontal dans lequel pivote une aiguille aimantée dont la pointe Nord est recour-

bée vers le haut. Ce tube est fermé à l'extrémité correspondante du Nord de l'aiguille par un verre sur lequel est gravé une graduation à zéro central, qui sert à constater la position de l'aiguille, tandis qu'à l'autre extrémité est fixé un oculaire. L'axe du déclinatoire est déterminé par le zéro de la division et le centre de l'oculaire. A l'aide d'un dispositif à vis de réglage, le déclinatoire peut être orienté de manière que, quand l'aiguille coïncide avec l'axe, et que les zéros des verniers et du limbe coïncident, il soit dirigé vers le Nord. On peut, par conséquent, connaître dans chaque position de la lunette, les angles à la méridienne, avec une précision de beaucoup supérieure à celle que permettent les appareils ordinaires : boussoles, compas, etc. Dans les cleps, ce petit appareil peut être démonté et réglé par rapport à la déclinaison magnétique du pays où l'on opère et à la composante verticale du magnétisme terrestre.

Dans le *déclinatoire Sanguet* (fig. 64), l'aiguille a ses 2 pointes

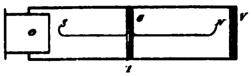


fig. 64



fig. 65



fig. 66

recourbées vers le haut. La pointe S est vue par réflexion en S' (fig. 65) dans une glace située en G au-dessus du pivot. La pointe Nord N est vue directement au travers d'une fenêtre ménagée dans le tain de la glace G. Il résulte de ces dispositions que les pointes paraissent se déplacer en sens contraire l'une de l'autre quand l'aiguille oscille ; le déclinatoire est orienté quand l'image de la pointe Sud semble couvrir ou prolonger la pointe Nord (fig. 66).

Supports de l'instrument. — Tous les instruments employés en topographie, excepté ceux utilisés pour la mesure directe

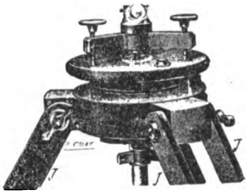


fig. 67

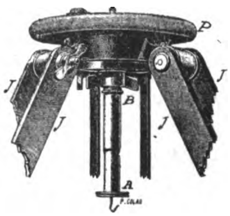
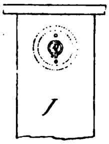


fig. 68

des distances, doivent être disposés à hauteur d'homme pour rendre faciles les observations ; il faut donc les faire reposer sur des

supports spéciaux ou pieds.

Le trépied le plus employé est celui à 3 jambes comportant chacune 2 branches JJ (fig. 67 à 70) qui pivotent autour de 3 oreilles



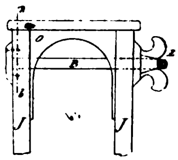


fig. 69 fig. 70

d'un plateau P en bois ou en fonte, destiné à supporter l'instrument. A la partie inférieure, chaque jambe s'engage dans le sabot d'une pointe en fer muni d'une pédale qui permet d'enfoncer dans le sol la pointe en fer et, à sa partie supérieure, elle est articulée autour de l'oreille O au moyen d'un boulon B qui traverse les deux jambes JJ. Un écrou E à oreille permet de fermer fortement les branches contre le plateau et de rendre ainsi ces pièces solidaires. Pour empêcher que le boulon B tourne en même temps que l'écrou E, le corps du boulon peut être muni en C d'une petite pièce en saillie encastrée dans une des branches de la jambe.

Le plateau du trépied porte trois pièces métalliques rectangulaires ou rondes encastrées ou enfoncées, qui présentent des gouttières à section triangulaire dans lesquelles doivent s'engager les vis calantes de l'instrument.

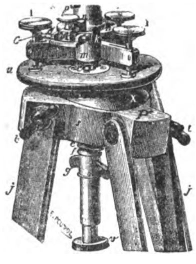


fig. 71

On appelle *pompe* un appareil AB (fig. 68) destiné à fixer solidement l'instrument au trépied. Il se compose d'une tige cylindrique intérieure, filetée à sa partie supérieure et traversant le plateau P ; un ressort à boudin la sollicite du dessus en dessous. L'action de ce ressort tend à appuyer fortement les vis calantes sur le trépied mais son élasticité rend possible la manœuvre de ces vis.

Le trépied à 3 branches n'offre pas toujours les conditions requises pour une mise en station rapide de l'instrument. Pour supprimer ou réduire des tâtonnements qui font perdre un temps, d'au-

tant plus important que les stations sont plus courtes et par suite plus nombreuses dans un temps déterminé, on emploie ordinairement les modèles suivants :

1° *Trépied à calotte sphérique*, (fig. 71) qui permet de rendre horizontale la tablette qui supporte l'instrument sans recourir aux déplacements des jambes des supports. Sur la calotte métallique X repose le plateau U portant un tube fileté extérieurement à sa partie inférieure pour recevoir l'écrou g. Quand cet écrou n'est pas vissé à fond, le plateau, pouvant facilement glisser sur la calotte, il est toujours possible de l'amener à être horizontal, même si la tête P du trépied est inclinée.

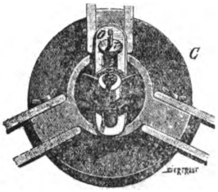


fig. 72

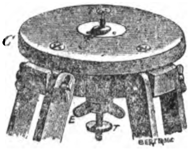


fig. 73

Pour rendre stable la tablette, on visse à fond l'écrou g. Pratiquement la manœuvre de la calotte exige que l'écrou soit vissé ou dévissé d'un quart de tour seulement. La pompe destinée à fixer l'instrument sur le plateau et indépendante du dispositif du calage. Pour obtenir beaucoup plus rapidement l'horizontalité du plateau X, on peut faire usage d'un niveau sphérique et on obtient ainsi une double économie de temps.

2° *Trépied à translation*, (fig. 72 et 73) qui permet, en desserrant la



fig. 74

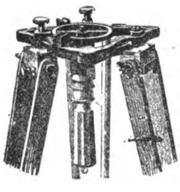


fig. 75

clef de l'excentrique, de déplacer horizontalement l'axe de l'instrument dans l'espace évidé du centre. Il comporte les organes suivants :

C, chariot qui supporte l'instrument.

T, tige centrale terminée à sa partie inférieure par un pas de vis qui reçoit l'écrou E.

O, excentrique évidé.

Une rondelle est interposée entre l'écrou et la couronne.

3° Dans le *Trépied à calotte sphérique et à mouvement de translation,* pour rendre plus faciles les deux mouvements combinés de glissement et de translation, le trou central de la tablette est élargi.

4° *Chariot Trimollet* (fig. 74 et 75). Ce trépied présente son plateau formé de 3 pièces métalliques glissant entre elles et permettant de faire coïncider rapidement l'axe vertical de l'instrument avec la verticale passant par le sommet d'une station.

VI

INSTRUMENTS

Classification

Tous les tachéomètres construits jusqu'ici ne diffèrent la plupart que par des détails de construction : ils ont tous conservé les organes essentiels du Tachéomètre primitif construit par l'inventeur Porro. Tous possèdent comme organe essentiel une lunette anallatique d'observation munie d'un micromètre à divisions rectangulaires, les divisions verticales servant au pointage, les divisions horizontales ou stadimétriques, à l'appréciation des distances ; un cercle horizontal, un cercle vertical gradués sont destinés à la détermination dans l'espace des lignes de visée ; des organes complémentaires : nivelles, verniers, microscopes micrométriques, vis de calage,d'arrêt,de rappel,etc.,ont pour but de réaliser le plus facilement et le plus rapidement possible la détermination des éléments indispensables du lever. Mais il y a d'autres éléments non moins importants qui caractérisent les tachéomètres et qui les différentient les uns des autres : le degré de précision qu'ils permettent d'atteindre dans la lecture des angles et des distances, la parfaite construction de leurs organes, leur durée, leur puissanee.

Le degré de précision dans les lectures des angles doit être assuré et garanti à l'avance et doit demeurer constant, inaltérable pour tous les observateurs, sans engendrer aucun doute. La manœuvre doit être facile et rapide, les résultats controlables, la construction solide et les organes indéformables, sous l'action des agents climatologiques. L'instrument doit être enfin approprié à un type déterminé de stadia, son organe indispensable, pour la lecture des dis-

tances. Un appareil qui satisfait à toutes ces conditions réalise en outre une économie de temps considérable dans les opérations de campagne.

On peut classer les tachéomètres de plusieurs manières :

1° *Suivant leur grandeur*: Tachéomètre grand modèle, modèle moyen, petit modèle ;

2° *Suivant la position de la lunette par rapport à l'axe de rotation de l'instrument* : Tachéomètre à lunette excentrique et Tachéomètre à lunette centrale.

3° *Suivant le dispositif de lecture des angles :* Tachéomètre à verniers, Tachéomètre à microscopes.

Les Tachéomètres à lunette centrale étant les plus employés nous donnons ci-dessous la description générale de quelques-uns des modèles les plus recommandables.

DESCRIPTION DE QUELQUES TACHÉOMÈTRES LES PLUS USITÉS.

Tachéomètre type Moinot (fig. 76) C'est un des modèles les plus simples et les plus indiqués pour les travaux courants. La lunette anallatique révolutionne complètement autour de son axe. Les deux cercles dont le diamètre varie de 0^m10 à 0^m22 portent gravée la graduation centésimale. Les verniers doubles pour chaque cercle assurent l'approximation de $\frac{1}{50}$ de grade dans les petits modèles et dans les instruments grand modèle $\frac{1}{100}$ de grade. La verticalité de l'axe général de l'instrument est obtenue au moyen d'une nivelle placée parallèlement au plan du cercle zénital. L'instrument est muni d'un déclinatoire magnétique ; des vis d'arrêt et de rappel règlent les mouvements dans tous les sens.

Tachéomètre type Moinot à 3 niveaux.— Cet instrument, (fig.77) qui est indiqué surtout pour les levers de précision,présente en plus du modèle précédent,un nivelle sur l'axe et une autre sur la lunette,des réflecteurs et loupes concentriques à tirages aux verniers, des calottes sphériques recouvrant les divisions, un contre-poids divisé en tangentes, avec loupe, une lampe enfin pour éclairer les fils du réticule.

La Maison Morin construit ces tachéomètres même en alluminium, ce qui réduit de 3/5 leur poids.

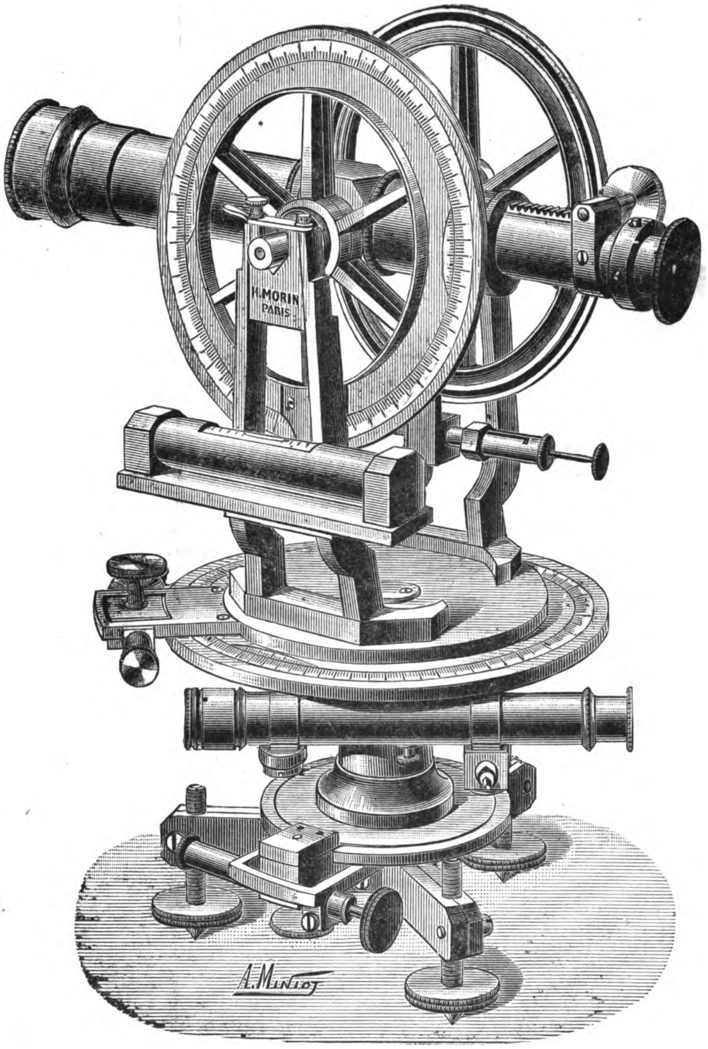


fig. 76

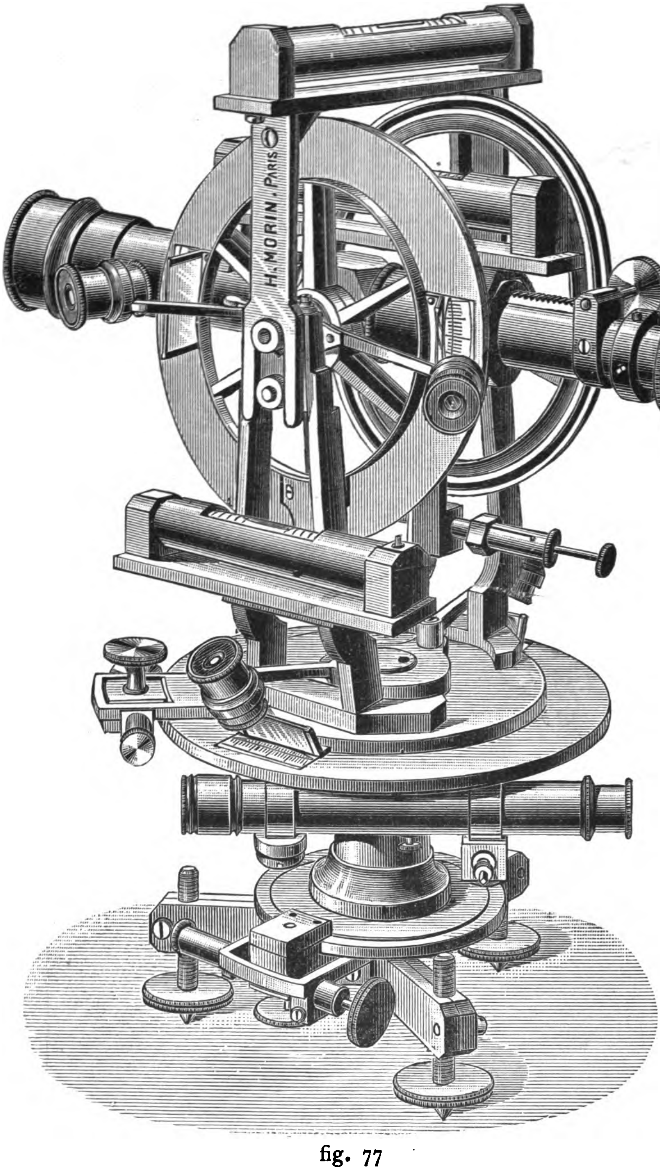


fig. 77

Tachéomètre modèle normal. — Cet instrument comporte les organes suivants :

1° Lunette anallatique à double oculaire fournissant respectivement deux grossissements de 45 et 25 fois. Tube anallatiseur réglable au moyen d'un pignon mordant une crémaillière. Oculaire mobile, par rapport au réticule, au moyen d'une vis placée en dessous du tube oculaire et qui permet des mouvements lents pour la mise au point de la lunette. Il est utile de remarquer qu'en employant l'oculaire grossissant 25 fois, l'erreur que l'on peut commettre est de $\pm$ 1/500 et avec la lentille de grossissement 45 fois, $\pm$ 1/700 pour des distances ne dépassant pas 200 mètres et dans tous les cas en se plaçant dans les meilleures conditions d'observation.

2° Les deux cercles de 16 cm. de diamètre ont la graduation sexagésimale ou centésimale. Le cercle horizontal est protégé par un disque qui laisse à découvert la seule graduation correspondant au vernier. La lecture des angles dans le système sexagésimal est obtenue à 30" près, et dans le système centésimal à 1/100 de grade. Le zéro dans le cercle horizontal est placé au Nord ; la graduation suit le sens : N, E, S, W. Dans le cercle zénital, le zéro est au zénith et 100 à l'horizon et si la graduation est sexagésimale, le zéro est à l'horizon.

3° Deux niveaux, l'un placé sur le plateau de l'alidade, l'autre sur un des supports des tourillons de la lunette permettent le calage rapide de l'instrument, un troisième fixé sur la lunette sert au réglage de celle-ci.

4° L'instrument est muni de tous les accessoires destinés à son parfait fonctionnement tels que : loupes, vis de calage, d'arrêt, de rappel, déclinatoire magnétique, etc.

Tachéomètre à verniers, modèle moyen, à lunette centrale. — Cet instrument ne diffère du précédent que par ses dimensions plus réduites, les cercles ayant un diamètre de 13 cm., les autres organes étant en proportion. Les verniers donnent 1/50 de grade dans la chiffraison centésimale, la minute dans le système sexagésimal : approximation suffisante pour les travaux courants, expéditifs, comme les études d'avant-projet de chemins de fer. La lunette anallatique est munie d'un objectif de 30 mm. d'ouverture et d'un oculaire fixe grossissant 20 fois. Les autres organes : micromètres, porte-oculaire, tube porte-objectif, etc., sont identiques à ceux du tachéomètre normal. La précision des lectures sur la stadia est obtenue à 1/500 près pour des distances ne dépassant pas 100 mètres. Les erreurs, du reste, ne sont pas intolérables même pour des distances de 200 mètres et plus, ce qui engage les ingénieurs chargés d'études expéditives et les géomètres, à les employer

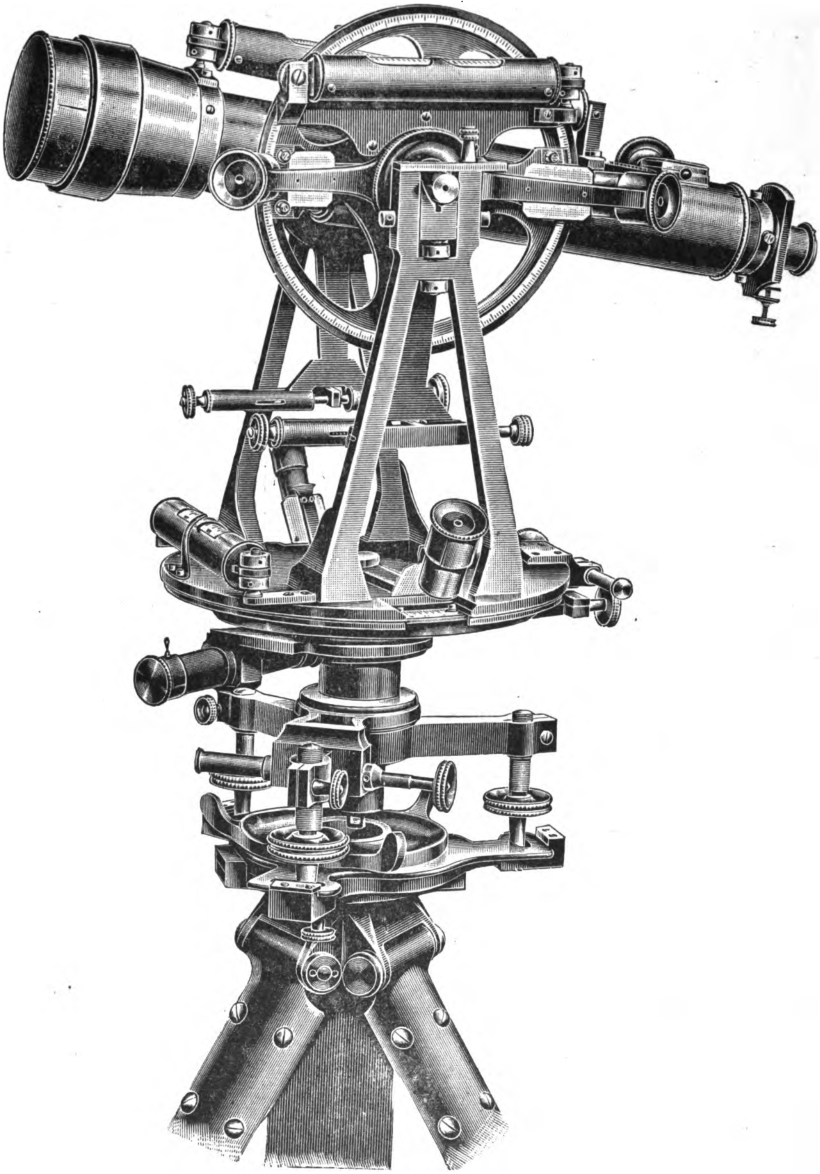


fig. 78.

de préférence aux tachéomètres qui donneraient une précision autant élevée qu'inutile pour le genre de travaux à exécuter.

Tachéomètre petit modèle, à verniers et à lunette centrale. — C'est le type d'appareil nommé *tachéomètre de poche,* en raison de ses dimensions très réduite. Il comporte une lunette non anallatique avec un objectif grossissant 13 fois. Angle stadimétrique 1/50. Approximations des lectures $\pm \frac{1}{400}, \pm \frac{1}{250}$ pour des distances ne dépassant pas respectivement 100 et 150 mètres. Cercle horizontal et cercle vertical de 95 m/m et 75 m/m de diamètre. Verniers donnant la minute. Nivelle de réglage sur l'alidade. Nivelle fixe sur la lunette. Déclinatoire magnétique. Accessoires identiques à ceux du tachéomètre grand modèle.

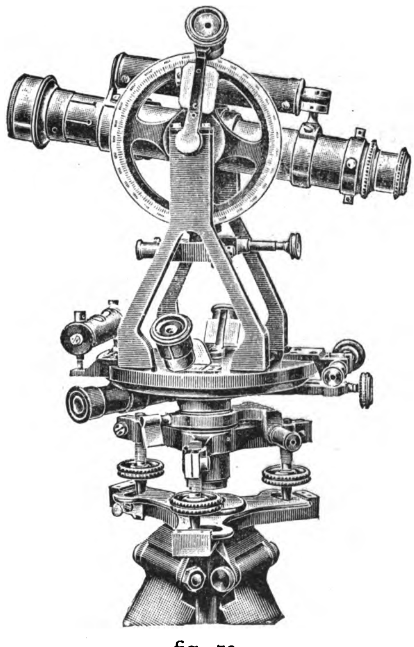


fig. 79

Cleps à microscopes, à lunette centrale, grand modèle.— Les dispositifs de ces appareils de précision ont été tout récemment étudiés par M. Salmoiraghi dans le but de réaliser, à un degré supérieur, les trois conditions fondamentales suivantes : précision des résultats, rapidité des opérations, facilité de maniement. Le principe, la manœuvre étant les mêmes que pour les cleps décrits ci-dessus, nous nous bornerons à exposer la seule légende explicative du cleps grand modèle, qui résume les trois autres modèles de moindres dimensions et qui appartiennent au

même type.

Légende de cleps grand modèle : — La lunette anallatique du Cleps est munie de trois oculaires grossissant 16, 26, 44 fois environ et malgré ces forts grossissements, elle offre une parfaite netteté.

V^1, V^2, V^3, vis calantes.

B, plateau du trépied.

E, écrou à 3 ailes destiné à fixer l'instrument sur le trépied.

C, C' limbes horizontal et vertical renfermés dans deux boîtes cylindriques et visibles dans les seules parties correspondant aux microscopes pour les lectures des angles. Division centésimale.

m_1, m_2, microscopes destinés à la lecture des angles zénitaux ; ils sont montés sur une pièce commandée par un levier actionné à son tour, par des vis de rappel avec tête à palette pour obtenir la vérification de la position de l'index.

Les plaquettes des réticules des microscopes sont rectifiables au moyen d'une vis à tête carrée a, a', permettant de fixer sur un même diamètre les deux fils centraux.

Ma, Mb, microscopes destinés à la lecture des angles azimutaux, fixés aux supports de la lunette. Ces microscopes possèdent leurs oculaires semblables à celui de la lunette. Les microscopes verticaux possèdent l'oculaire négatif.

N, nivelle montée sur la lunette au moyen des vis r'.

En regard de chaque microscope et,appliqués aux parois des boîtes protégeant les cercles, sont placés des prismes réflecteurs (un seulement P est marqué sur la figure),dont le but est d'éclairer par réflexion la graduation aux endroits où l'on doit faire la lecture. Les rayons lumineux sont réfléchis à leur tour de la surface polie du limbe dans la direction des axes des microscopes. Grâce à la netteté des divisions des limbes et à l'ensemble des dispositifs de lecture, les graduations paraissent à l'oculaire du microscope d'une clarté, d'une netteté vraiment étonnante. Par suite, la lecture à l'estime à 0,005 est obtenue d'une manière simple, rapide et sûre. Le microscope étant muni de trois fils lecteurs (fig. 51) on peut atteindre l'approximation de $\frac{0,005}{\sqrt{3}} = 0,0029$

V, vis à palette permettant, en la dévissant, de rendre mobile toute la partie supérieure de l'instrument autour de l'axe principal. Du côté opposé à V, il y a un dispositif de vis pour les petits mouvements permettant l'orientement de l'instrument.

V^1 V^2, vis d'arrêt et pince du cercle horizontal.

n, nivelle rectifiable superposée à l'alidade pour le calage de l'instrument.

YY, coussinets en bronze qui soutiennent les tourillons de la lunette. Un des deux coussinets est muni des vis de réglage W.

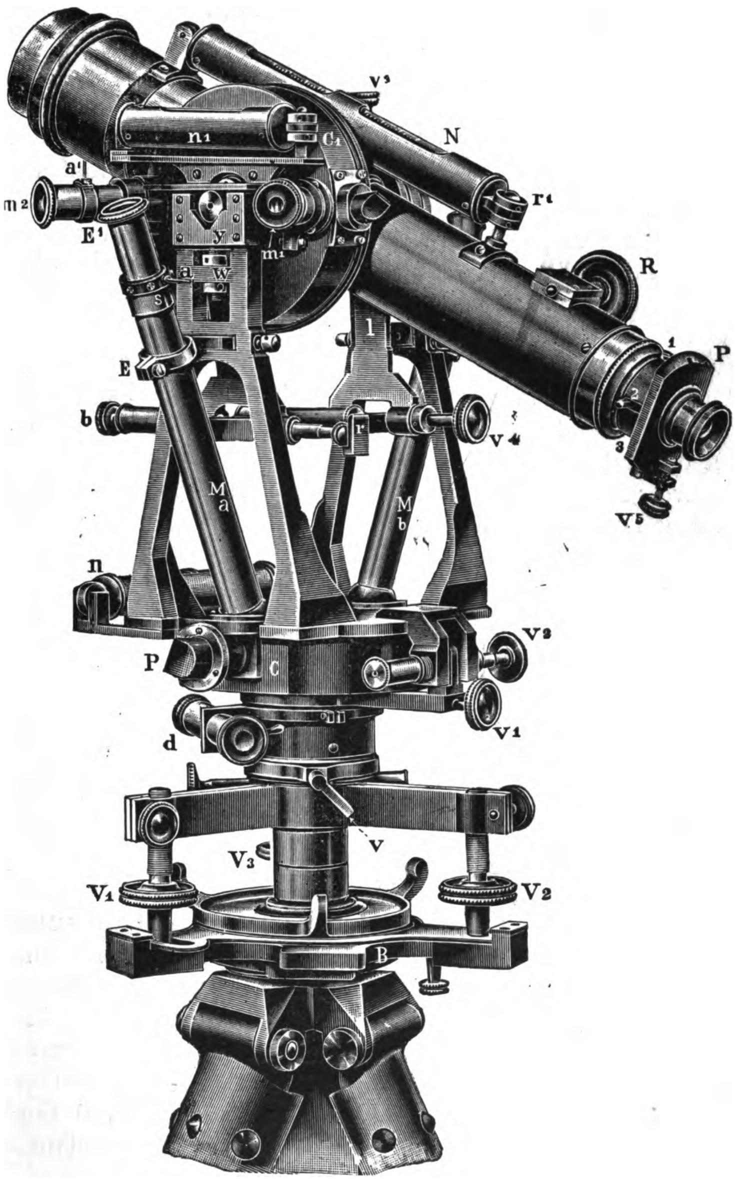


fig.80

l, v^3, v^4, levier, vis d'arrêt et pinces constituant le dispositif des fins mouvements de la lunette. La lunette qui peut naturellement être retournée bout à bout entre les deux supports est munie d'une nivelle fixe N rectifiable à l'aide du dispositif r'.

d, déclinatoire magnétique.

Opérations de réglage du tachéomètre

Avant de se servir d'un tachéomètre, il faut s'assurer qu'il réponde par sa construction aux conditions principales suivantes :

1° La lunette doit tourner autour de son axe avec douceur et sans grippement : après avoir arrêté le mouvement de la lunette au moyen de la vis d'arrêt correspondante, on imprimera une légère pression sur la lunette pour constater si l'arrêt est ferme. 2° Le cercle azimutal doit effleurer le long de toute la périphérie, le mouvement de rotation devra être doux, uniforme, sans choc, ni frottement. 3° L'alidade devra effleurer également le long de toute la circonférence des cercles correspondants. 4° Le mouvement et l'arrêt des autres organes devra satisfaire aux mêmes conditions. Après avoir fait ces vérifications, on passe aux opérations de réglage dans l'ordre suivant :

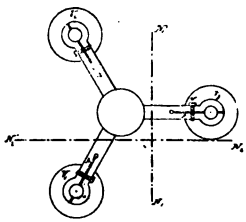


fig. 81

Vérification et réglage de la nivelle du cercle azimutal. — Il suffit de faire tourner la nivelle de 200 gr. exactement autour de l'axe principal de l'instrument. Si la bulle ne rentre pas dans ses repères, on corrige la moitié de la différence avec la vis de réglage de la nivelle, l'autre moitié au moyen de la vis calante opposée. Si le réglage est impossible, c'est-à-dire, si l'on ne peut pas parvenir à centrer la bulle entre ses repères, il faudra conclure que l'axe de rotation ne reste pas immobile pendant son mouvement et il faut renvoyer l'instrument au constructeur.

Verticalité de l'axe principal. — On oriente d'abord la nivelle N_1 N'_1 (fig 82) parallèlement à deux vis calantes V_1 V_2, et on amène la bulle entre ses repères en tournant ces deux vis simultanément en sens contraire. Ensuite, on amène la nivelle dans une

direction $N_2 N'_2$ perpendiculaire à la première et on cale la bulle en manœuvrant la troisième vis V_3. On ramène ensuite la nivelle dans la première position $N_1 N_1'$ pour rectifier le premier calage qui a dû être en partie détruit, puis dans la seconde $N_2 N'_2$ et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on ne constate plus de déplacement appréciable de la bulle quand on passe successivement la nivelle dans deux directions perpendiculaires l'une de l'autre.

Vérifier si l'axe de la nivelle de la lunette est parallèle à l'axe optique de la lunette. — Proposons-nous de déterminer la différence de niveau entre les deux points BB′ (fig. 82)

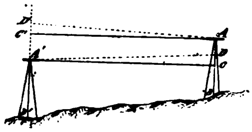


fig. 82

d'un terrain en pente. Avec l'instrument en B, la mire en B′, si, la bulle centrée, l'axe optique de la lunette est horizontal, le point visé sera C′. Dans la position B′ et dans les conditions identiques, le point visé sera C.

La différence de niveau est alors exprimée par :

$$B'C' - BA = B'A' - BC \quad (1)$$

Si, au contraire, l'axe optique de la lunette n'est pas horizontal, les points visés respectivement dans les deux positions B, B′ seront D′, D et on a :

$$DC = D'C' = y$$

Cherchons la valeur de y :

$$B'C' = B'D' - y$$
$$BC = BD - y$$

Et portant ces deux valeurs dans (1), il vient :

$$B'D' - y - BA = B'A' - BD + y, \text{ d'où}$$
$$B'D' + BD - (BA + B'A') = 2y \text{ et enfin}$$
$$y = \frac{BD + B'D'}{2} - \frac{BA + B'A'}{2}$$

Si cette différence est égale à zéro, il n'y a pas lieu à réglage ; dans le cas contraire, la valeur calculée de y nous donne les points à viser sur la stadia, pour que l'axe optique de la lunette soit horizontal et en conséquence, la manière de rectifier la bulle.

Perpendicularité de l'axe de rotation de la lunette à l'axe principal de l'instrument. — *Première méthode.* — *Vérification directe* —Il faut d'abord constater la verticalité de l'axe principal, au moyen de l'opération du calage. On dirige ensuite la lunette vers

un long fil à plomb placé à quelques mètres de distance de l'instrument, ou vers l'angle d'un édifice dont on a préalablement vérifié la verticalité. Après avoir conduit la croisée des fils sur un point de la ligne verticale observée, on fait basculer la lunette autour de son axe de rotation. Le point de croisement des fils ne doit pas s'écarter de la verticale.

Dans le cas contraire, si le point de croisement décrit une courbe, l'axe optique de la lunette n'est pas perpendiculaire à l'axe de rotation et on fait la correction en déplaçant le réticule, et s'il décrit une ligne droite oblique, on procède alors à la rectification nécessaire en agissant dans le sens opportun sur le dispositif de réglage, qui varie suivant les modèles d'instrument.

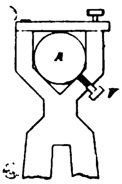


fig. 83

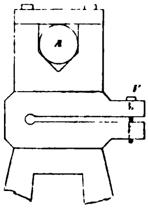


fig. 84

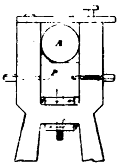


fig. 85

Dans les modèles de tourillons représentés par les fig. 83 à 85, on agit sur les vis V pour élever ou abaisser le tourillon et modifier la position relative de son axe par rapport à l'axe vertical de l'instrument.

Deuxième méthode : ROTATION DE L'ALIDADE AUTOUR DE L'AXE PRINCIPAL. (fig. 86.) — Le fil vertical du réticule ayant été préalablement centré, on vise, sans que le calage soit fait, un point placé dans le plan formé par l'axe optique de la lunette perpendiculairement à l'axe principal. Soit OA l'axe principal de l'instrument, B_1C_1 l'axe des tourillons que nous supposons non perpendiculaire au premier. Au moyen de l'alidade, on imprime un demi-tour exact de 200^{gr}

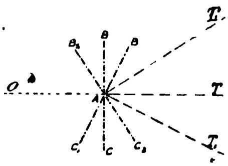


fig. 86

à OA. La nouvelle position de l'axe des tourillons sera B_2C_2. On ramène l'objectif vers le signal. La lunette décrit un plan AT_2 perpendiculaire au même axe, qui occupe maintenant la position B_2C_2 et le point T_1 ne se trouvera plus dans le prolongement de l'axe

optique. Si, au contraire, la perpendicularité existe, même dans la deuxième position de l'axe des tourillons, les deux plans coïncident suivant la ligne A T et nous retrouverons dans la deuxième position le point T_1. Pour effectuer le réglage, on agit sur les vis V jusqu'à ce que le fil rétrograde de la moitié de l'angle T_1AT_2. Pour éviter des tâtonnements, on lit le premier angle L indiqué par un des verniers et L' après le demi tour de 200 gr. L'angle L'—L, corrigé de 200 gr, divisé par deux, représente la quantité dont on doit faire rétrograder l'alidade. On ramène enfin le fil sur le signal en agissant sur la vis de réglage.

Perpendicularité de l'axe optique de la lunette à l'axe de rotation de la lunette. (fig.87) Soit AB l'axe de rotation de la lunette. — Pour reconnaître si son axe optique CO est perpendiculaire à AB, on vise un point C_1, puis on retourne la lunette

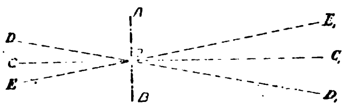


fig. 87

sans dessus dessous, de manière à faire passer à droite le tourillon de gauche et réciproquement, en ayant soin de ramener l'axe de figure de la lunette dans sa position initiale. Alors, si le point se projette encore sur le fil vertical du réticule comme ce serait le cas pour un axe optique dirigé suivant COC_1, la condition ci-dessus est satisfaite, et les deux axes sont perpendiculaires. En effet, supposons qu'elle ne soit pas satisfaite et que l'axe optique occupe au moment du premier pointé une autre position EOE_1. Après retournement de la lunette, cet axe prend la direction DD_1 symétrique de EE_1, par rapport à CC_1, par conséquent le point E_1 ne se projette pas sur le fil vertical.

Réglage du fil vertical du réticule. — Pour effectuer le réglage il faut modifier la direction de l'axe optique sans changer l'orientation de l'axe de figure de la lunette, de manière à amener sous le fil vertical un point C_1, (fig. 87) situé au milieu de l'intervalle E_1D_1 compris entre le signal visé E_1 et son symétrique D_1 par lequel passe l'axe optique, après retournement de la lunette. On obtient ce résultat en déplaçant le réticule de droite à gauche ou vice-versa au moyen de vis disposées à cet effet. On répète plusieurs fois ces opérations. On peut faire la même correction, en imprimant à la direction de l'axe optique un déplacement angulaire $\frac{L'-L}{2}$ de

deux lectures L,L′, faites dans les positions E,E_1 et D,D_1, ou bien en faisant L=O, ce qui simplifie et abrège l'opération.

Perpendicularité du fil vertical à l'axe de rotation de la lunette. — On amène une des extrémités du fil considéré sur l'image très nette d'un point ; on fait tourner ensuite lentement la lunette autour de ses tourillons jusqu'à ce que l'image soit venue à l'extrémité opposée du champ de la lunette. Pendant ce mouvement le fil ne doit jamais cesser de passer par le point visé. Dans le cas où on constate un écart entre ce point et la deuxième extrémité du fil, on corrigera en faisant tourner au moyen des vis le réticule autour de l'axe de figure de la lunette, jusqu'à ce que le fil couvre à nouveau l'image.

Défaut de constance de centrage du fil vertical. — Il arrive parfois que le fil vertical parfaitement réglé pour un signal déterminé, cesse de l'être quand on vise un point placé à une autre distance. Ce défaut provient de ce que le porte-réticule se déplace obliquement à l'axe optique de la lunette, c. a d. obliquement à l'axe de rotation AB (fig. 88). Suivant la distance des objets visés

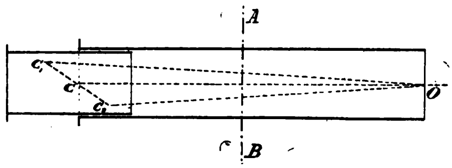


fig. 88

le croisement des fils glisse le long d'une oblique comme C_1C_2 et la ligne de visée prend des directions C_1O, C_2O, non perpendiculaires à AB. Pour corriger ce défaut, on réitère chaque pointé après retournement de la lunette et on prend la moyenne des deux lectures correspondantes.

Réglage du vernier du limbe vertical. (fig. 89). — La

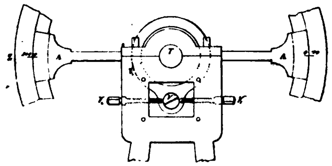


fig. 89

seule condition à laquelle ce vernier doit satisfaire est d'indiquer 100 gr lorsque l'axe optique est horizontal. L'instrument étant placé avec la nivelle et la lunette horizontale, on lit sur une mire la division sur laquelle se projette le fil axial horizontal. On fait

alors basculer la lunette de 200^{gr} exactement et on retourne de 200^{gr} le système supérieur. Dans ces conditions, le fil axial se projettera sur une nouvelle division. Il faut alors prendre la moitié de la distance qui sépare la deuxième division de la première, et on dirigera la lunette vers ce nouveau point.

Après plusieurs tâtonnements on arrivera à déterminer sur la mire un point tel que l'axe optique y reviendra après le mouvement de retournement et de bascule. Dans cette nouvelle position l'axe optique sera perpendiculaire à l'axe vertical de l'instrument. La lunette étant ainsi bien arrêtée, on tournera les vis V_1, V_2 sans tête du vernier jusqu'à ce que le zéro de celui-ci corresponde exactement à 100^{gr} du limbe.

Réglage de la boussole. — Cette opération est utile seulement quand les opérations sur le terrain exigent l'emploi de plusieurs tachéomètres, surtout pour les tracés de chemins de fer. Quand on veut orienter plusieurs tachéomètres sur le même méridien on en choisit un comme type et on l'installe sur un piquet : on vise un objet distant, le sommet d'un clocher, par exemple, et on note l'angle horizontal. En plaçant un autre instrument sur le même piquet on fait tourner le limbe horizontal jusqu'à ce que le vernier se trouve sur l'angle noté en même temps que le fil vertical du réticule tombe sur la flèche du clocher. On examine alors l'aiguille aimantée et si elle n'indique pas zéro, on corrige en déplaçant le disque dans lequel elle est enfermée.

Réglage de l'angle stadimétrique d'une lunette anallatique. — Après avoir mesuré exactement et directement une distance horizontale de 200 mètres à partir de la verticale passant par le centre de l'instrument, on fait la lecture avec la lunette sur une stadia placée à l'autre extrémité de la distance mesurée. Supposons que les fils réalisent un angle stadimétrique de 1/200, le nombre n de divisions entières comprises entre les 2 fils doit être

$\frac{L}{\lambda} \operatorname{tg} \omega = \frac{200^m}{0^m01} \times \frac{1}{200} = 100$. Si on n'obtient pas exactement ce résultat, on agit sur la vis de réglage pour déplacer dans le sens convenable le verre anallatiseur.

Vérification de la stadia. — Si la stadia présente les divisions métriques, après avoir fait la comparaison entre ces divisions et les divisions d'un mètre étalon au but de déterminer l'influence relative des désaccords éventuels systématiques entre la longueur du mètre nominal de la division de la mire et la longueur du mètre étalon, ou bien des irrégularités accidentelles des divisions peintes,

sur un axe (fig. 90) on porte les divisions de la mire et par chaque point de division, on trace des ordonnées à échelle décuple des discordances entre les traits de la mire et les traits correspondants de l'étalon, ayant soin, dans chaque reprise de l'étalon sur la mire de cumuler les écarts constatés avec l'erreur de la division sur laquelle on a effectué la reprise.

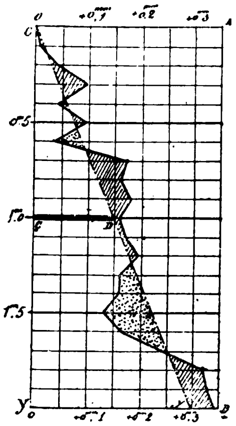


fig. 90

On trace ensuite la droite oy de manière que la superficie oYy soit égale à la superficie comprise entre l'axe oY et la courbe d'étalonnage. Soit *d* l'écart entre l'ordonnée correspondante à la division 1 m. du mètre étalon et du mètre moyen de la stadia au moment de l'étalonage, *e* l'erreur par rapport au mètre normal du mètre étalon à 0°, *E*, son erreur à la température *t* de l'étalonage, α son coefficient de dilatation linéaire. On a pour l'erreur absolue du mètre étalon au moment de l'étalonage :

$$E = e + \alpha t$$

et pour l'erreur absolue C du mètre de la stadia :

$$C = E + d$$

L'erreur ne doit pas dépasser 2 ou 3 décimillimètres. Les tronçons d'ordonnées comprises entre la droite moyenne et la courbe d'étalonage mesurent les erreurs accidentelles de la division. Elles doivent rester inférieures à 2 décimillimètres.

Les deux lectures faites en regard des indices sur ces échelles expriment : la première, la dilatation absolue d'un mètre de la règle en fer, la deuxième, la dilatation relative d'un mètre du bois de la stadia, par rapport à un mètre d'une règle en acier. La somme des deux lectures représente par conséquent l'erreur absolue d'un mètre de la stadia.

Graduation au moyen d'une lunette stadimétrique. — Sur un terrain horizontal on mesure exactement à partir de l'objectif de la lunette stadimétrique, une distance de 100 m, par exemple, augmentée de la distance focale de l'objectif. Si cette distance est inconnue, on l'évalue avec une précision suffisante de la manière suivante : on sépare l'objectif de la lunette et on recueille sur une feuille de papier formant écran les rayons solaires réfractés par l'objectif ; on écarte ensuite l'écran jusqu'à ce que l'image solaire

se réduise à un point lumineux. La distance qui sépare ce point de la lentille est égale à la distance focale de l'objectif. Cela posé, la mesure de la distance de 100 m. doit être effectuée avec la plus grande attention et répétée plusieurs fois, de manière à obtenir la position moyenne de la ligne avec une précision supérieure à celle des mesures ordinaires. On fait ensuite placer sur le point ainsi déterminé la règle qui doit servir de stadia sur laquelle on dirige la lunette horizontalement et on fait marquer les deux points sur lesquels se projettent les deux points stadimétriques. Pour une stadia à 1/100, on divise l'intervalle compris entre ces deux points en autant de parties égales qu'il y a de mètres compris dans la distance à partir du foyer antérieur de l'objectif jusqu'à la règle, c'est à dire dans notre cas, en 100 parties. Si l'opération a pour but de vérifier une mire déja établie, on place celle-ci à l'extrémité de la ligne mesurée et, la lunette sensiblement horizontale, on vise un des fils sur une division à côte ronde et on peut s'assurer alors, d'après la position du deuxième fil, si les divisions comprises dans l'angle stadimétrique correspondent, suivant le cas, à 50, 100, ou 200.

Emploi du niveau sphérique pour régler la position de la mire. — Quand à l'emploi du niveau sphérique (fig. 91) pour déterminer la verticalité de la mire, il est à remarquer que l'épaisseur du verre placé sur la face supérieure produit une parallaxe quand on observe obliquement la bulle. Pour éviter que cette parallaxe ne produise pas toujours le méme effet, il faut observer la bulle toujours sous le même angle, ce qui pratiquement signifie que l'œil du porte-mire doit être disposé toujours de la même manière par rapport au niveau. Dans ces conditions, la mire peut être maintenue dans une position qui ne s'écarte pas de la verticalité de plus de 3 a 4′, soit de 1/1000 de la hauteur de la mire.



fig. 91

CAUSES D'ERREURS

Défaut de réglage entre l'angle stadimétrique et les coefficients du nombre générateur. – Parmi les causes d'erreurs nous devons signaler la discordance entre l'angle stadimétrique et les coefficients pour lesquels il faut multiplier le nombre générateur pour avoir la distance. Le défaut de réglage entre ces deux quantités occasionne une erreur systématique proportionnelle au nombre générateur et par conséquent à la distance elle-même, mais elle dépasse rarement 1/2000 de la distance et disparait quand le lever s'appuie sur un réseau topographique de haute précision.

Erreur de pointé et d'estime de fraction de division. — Par expérience, l'erreur moyenne de lecture faite avec une lunette grossissant 20 fois et possédant un angle stadimétrique de 1/100 sur une mire placée à 100 m. de distance, est d'environ $\pm 0,07$ de division c. a. d. $\pm 0^m07$. L'erreur moyenne de pointé est de 4/100 de divisions ou 0^m04 en distance. On a pour erreur moyenne des deux erreurs :

$$e = \pm \sqrt{\Sigma e^2} = \pm 0^m08$$

Erreur due à la parallaxe des fils. — On a souvent remarqué que quand on vise exactement avec un fil du réticule une division de la stadia, pour les autres fils, on constate généralement une parallaxe. L'erreur moyenne qui en résulte n'est pas inférieure à 1/20 de division (stadia à 100 m), ce qui correspond, dans la même hypothèse précédente, à une erreur moyenne de distance de $\pm 0^m05$.

Incertitudes dues à des circonstances atmosphériques. — a) *Réfractions.* — A cause des différentes densités des couches d'air produites par les différences de température, à proximité du sol, surtout le matin, le rayon visuel tantôt s'infléchit vers le sol, tantôt présente sa convexité vers le terrain. Pour éviter les erreurs provenant des déviations des rayons visuels qui atteignent parfois plusieurs millimètres, on doit utiliser la seule partie supérieure de la stadia et quand on est obligé de faire tomber le fil sur des chiffres qui rasent le sol, il est indispensable de contrôler la lecture au moyen des autres fils du micromètre.

b) *Ondulations.* — Le courant d'air de bas en haut du sol provoqué par la différence de densité des couches d'air réchauffées inégalement sous l'action des rayons solaires donne lieu à des oscillations des images qui rendent incertaines les observations, notamment vers 10 heures du matin et 4 heures de l'après-midi. Les ondulations horizontales dans le voisinage des murs exposés au soleil provoquent les mêmes inconvénients ; les lectures étant alors difficiles, on est forcé de prolonger la durée des observations. D'autre part les amplitudes des ondulations croissant avec le carré des longueurs de la visée, il suffit de raccourcir cette dernière de la moitié, par exemple, pour réduire au quart l'oscillation de l'image de la stadia.

c) *Vents.* — Si le vent a pour effet d'égaliser jusqu'à un certain point les températures des couches d'air et d'éviter ainsi partiellement les erreurs dues aux réfractions, et aux ondulations, il retarde d'autre part les opérations sur le terrain en raison des difficultés pour obtenir la verticalité de la stadia et des trépidations que subit l'instrument surtout quand il est très léger et le vent fort. L'erreur qui en résulte est celle due à l'inclinaison de la stadia.

Eclairage de la lunette. — Signalée pour la première fois par l'ingénieur topographe Sanguet, cette erreur due à l'éclairage intérieur de la lunette provoque des écarts de mesure qui parfois peuvent atteindre plusieurs décimètres. D'après M, Prévot, en éclairant l'instrument placé à l'abri de toute influence extérieure, avec des lampes placées à moins de 2 décimètres de distance au-dessus et au-dessous de l'axe optique, en faisant varier progressivement la quantité de lumière qui pouvait pénétrer dans la lunette, on obtient les résultats indiqués dans le diagramme ci-contre, (fig. 92); Les numéros 1, 2 à 5, représentent 5 séries d'expériences

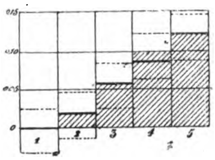


fig. 92

successives faites avec une lumière de forces progressivement croissantes, la hauteur des zônes à traits représente l'excès pour 100 mètres sur la distance correspondante à l'éclairage minimum (expérience numéro 1) de la distance moyenne fournie par chaque série d'expérience.

Les lignes ponctuées indiquent le degré d'incertitude de chaque résultat.

Défaut de la verticalité de la stadia. — Soit A (fig. 93)

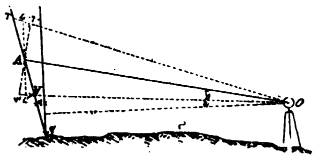


fig. 93

le point où l'axe optique de la lunette rencontre la stadia ST maintenue inclinée. Si la stadia coïncidait avec la verticale LL' amenée par le même point, nous aurions une première erreur *e* en plus dans la distance déjà réduite à l'horizon. Soient α l'angle compris entre les deux positions de la stadia, h la hauteur SA, on a :

$$e = h \sin \alpha$$

Une erreur plus grande est due à la différence entre TV et LL' ; ayant mené T'V' perpendiculaire à l'axe optique et considérant comme droits les angles T', V' en raison de la petitesse de l'angle stadimétrique, on a successivement :

$$T'V' = LL' \cos \beta = TV \cos (\alpha + \beta)$$

$$T'V - LL' = TV \left(1 - \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta}\right)$$

et pouvant en pratique poser sans erreur sensible $\cos \beta = 1$, après développement et simplification, il vient :

$$TV - LL' = TV \operatorname{tg} \beta \sin \alpha$$

Si maintenant nous désignons par E la distance déduite du nombre générateur TV et d la discordance entre cette distance et celle correspondant à LL', on aura :

$$d = E \operatorname{tg} \beta \sin \alpha$$

et l'erreur totale est par conséquent :

$$(1) \qquad D = d + e = E \operatorname{tg} \beta \sin \alpha + h \sin \alpha$$

Formule générale dans laquelle β est positif quand la visée s'élève au-dessus de l'horizon et négatif dans le cas contraire. α est positif quand la mire est inclinée vers l'avant, négatif quand elle est inclinée en arrière.

L'erreur provenant du défaut de verticalité de la stadia s'élimine, comme nous l'avons déjà vu, en faisant usage du fil à plomb ou du niveau sphérique dont le verre présente un rayon de courbure non inférieur à 1 mètre.

L'expérience prouve en effet qu'un porte-mire exercé parvient à amener la bulle d'une nivelle sphérique au centre de la boîte à moins d'un millimètre, ce qui correspond à une différence de deux millimètres des intervalles diamètralement opposés compris entre les 2 bords de la bulle et du cercle de repère.

On doit donc avoir :

$$\frac{0^m001}{R} \leqq 0.001, \text{ d'où}$$

$$R > 1 \text{ mètre}$$

Dans ces conditions, l'inclinaison maxima de la stadia étant d'un millimètre, le second terme de (1) est négligeable et on peut calculer l'erreur à craindre avec la formule :

$$D = E \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha$$

$\sin\alpha$ pouvant être considéré égal à $\operatorname{tg}\alpha$, étant donné la petitesse de l'angle α.

Erreur due à la variation de longueur de la stadia.—On a trouvé expérimentalement que les écarts quotidiens dûs à la différence de température est de $\pm\ 0^m/^m02$ par mètre, c. à d. $\pm \frac{1}{50000}$ de longueur, ce qui correspond, pour une distance de 100 mètres, à une erreur de $\pm$ 2 millimètres, tout à fait négligeable. Les variations, au contraire, dans la longueur, dues au desséchement du

bois et à l'humidité peuvent atteindre $\pm$ 0mm2 à 0mm3 par mètre c. à d. $\pm\frac{1}{4000}$ environ, ce qui correspond à une erreur maximum de $\pm$ 25 mm. par 100 m.

L'erreur moyenne correspondante est de $\pm\frac{1}{8000}$

A propos des variations de longueur des mires de nivellement.

A. Lois du colonel Goulier. — En 1883-1884 le colonel Goulier a déterminé, par des minutieuses expériences, l'action de la température et de l'humidité sur la longueur de 42 règles formées de 14 différentes essences de bois, étudiées, soit à l'état naturel, soit après ébullition dans l'huile de lin, soit recouvertes de trois couches de peintures au blanc de céruse (1) Ces essais ont abouti aux conclusions suivantes :

1° Les variations de longueur sont minima dans le sens des fibres du bois ; 2° l'action de la température est sensiblement la même pour chaque espèce de bois, qu'il soit à l'état *naturel, peint ou huilé.* L'allongement est proportionnel à l'accroissement de température entre les limites ordinaires de la pratique. Pour le *sapin ordinaire, peint, aux trois quarts sec,* dont on fait les mires, le coefficient de cet allongement varie avec l'état hygrométrique, comme l'indique la courbe moyenne du diagramme ci-après (fig 94) ; 3° les bois les moins

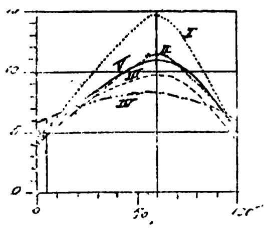


fig. 94, coefficient thermique d'allongement

sensibles à l'action de l'humidité sont les bois résineux ; 4° dans les conditions ordinaires de la pratique, l'allongement des règles est proportionel à l'accroissement de l'état hygrométrique, sauf pour les bois résineux ; 5° les règles peintes varient moins et surtout moins

(1) A ce sujet voir : 1° *Comptes Rendus de l'Association géodésique internationale (conférence de Bruxelles), Berlin, 1893* ; 2° *Etudes sur les instruments et les méthodes des nivellements de précision,* par le colonel Goulier, revues et annotées par Ch. Lallemand, Imprimerie Nationale, Paris, 1897.

vite que les règles naturelles ou huilées. L'huilage n'a qu'un effet minime ; 6° sous l'influence d'une humidité croissante, le bois des mires s'allonge d'abord, jusqu'à un certain degré hygrométrique, puis se contracte au delà. Le maximum de longueur correspond à des états hygrométriques voisins de 85^d, 80^d ou 75^d (1) pour des températures respectivement voisine de 0°, + 20 ou + 40°. Pratiquement on peut admettre que le bois de mire s'allonge suivant une loi linéaire entre 10^d et 70^d d'humidité relative, puis garde une

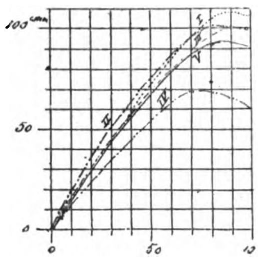


fig.95l Alongementpar mètre

longueur constante entre 70^d et 100^d (fig. 95). Le coefficient hygrométrique de variation, à peu près constant entre 10^d et 70^d, a sensiblement les valeurs 11^u ,13^u et 14^u par mètre et pour 1^d, aux températures respectives de O°, + 20 et + 40°.

B. Observations du Docteur Œrtel. — Récemment, à propos du nivellement bavarois, le Dr Œrtel (2) a déterminé, pendant une période de 5 mois,les variations moyennes de longueur d'une partie des mires employées à cette opération. Les résultats de treize étalonages successifs, et les températures correspondantes, sont traduits graphiquement ci-contre (fig. 96,diagr.I et II).On y constate d'abord un raccourcissement de 0,^{mm} 1,corrélatif d'un refroidissement de 11°; puis un allongement d'environ 0,^{mm} 35 pour un échauffement de 20° seulement, insuffisant à expliquer cette dilatation. Les diagrammes III et IV figurent les variations correspondantes de *l'humidité relative* et de *l'humidité absolue* de l'air, relevées dans les stations météorologiques les plus proches de cheminement.

Constatant un certain parallélisme des lignes I et IV, alors que le diagramme III dénote un état hygrométrique sensiblement constant, le Dr Œrtel, et, après lui, MM. l'amiral autrichien Van

---

(1) La graduation adoptée ici est celle de l'hygromètre de Saussure où la secheresse extrêmeet l'humidité absolue sont respectivement caractérisée par les valeurs o^d et 100^d.

(2) Das Präcisions-nivellement in Bayern, rechts des Rheins, par le Dr Carl Œrtel, pages 5 à 8. Munich ; 1893.

Kalmar (1) et le Dr Helmert (2) de Berlin ont cru pouvoir admettre que, contrairement aux conclusions du colonel Gaulier, ***les variations de longueur de mires dépendraient plutôt de l'humidité absolue que de l'humidité relative de l'air.***

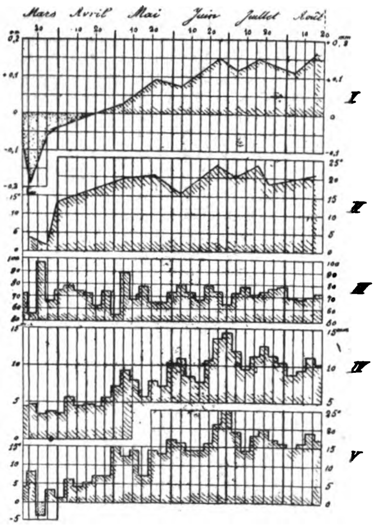


fig. 96

Légende :

I Variation moyenne de la longueur des mires.
II Températures correspondant aux étalonages.
III Etat hygrométrique de l'air.
IV Tension absolue de la vapeur d'eau dans l'air.
V Températures correspondantes de l'air.

Cette opinion nous semble infirmée par les remarques suivantes :

1° Si l'on calcule les températures moyennes de l'air, correspondant aux tensions indiquées de vapeur, on obtient le diagramme V (fig. 96), présentant lui aussi, la même allure que la ligne I, ce qui confirmerait la loi du colonel Gaulier, d'après laquelle l'état hygrométrique restant voisin de 75d, comme c'est le cas ici, les variations de température influent seules sur la longueur des mires.

2° Les mires en question avaient passé l'hiver dans un endroit très sec ; par suite, à leur entrée en campagne, elles étaient très avides d'humidité ; une bonne partie de l'allongement constaté doit

(1) Comptes rendus de l'Association géodésique internationale, conférence de Bruxelles, p. 100, Berlin 1893.

(2) Comptes rendus de l'Association géodésique internationale, conférence d'Inspruck, p. 82, Berlin 1894.

tenir à cette cause.

3° Les lois du colonel Gaulier supposent les mires en parfait équilibre d'humidité, avec l'air ambiant, ce qui exige de longues semaines passées dans un milieu d'état hygrométrique constant. Or, tel n'était pas le cas ici.

4° Les données invoquées, touchant l'humidité de l'air, se rapportent, non pas, comme il conviendrait, aux locaux mêmes des étalonages, mais à des stations parfois éloignées de 40 km. de ceux-ci et plus élevée de 400m.

C. *Observations du lieutenant-colonel Fr. Lehrl.* — A propos d'un nivellement exécuté près d'Agram en 1885, par M. le lieutenant-colonel Lehrl (1), ayant noté les variations de longueur (fig. 97)

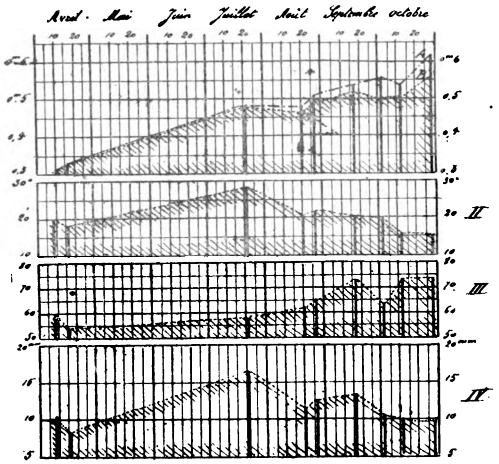


fig. 97

Légende :

I A Variation moyenne de longueur d'après l'écartement de deux traits de repère.
B Variation moyenne de longueur d'après l'étalonage des divisions.
II Températures.
III Etat hygrométrique de l'air.
IV Tension absolue de la vapeur d'eau dans l'air.

(diagr. 1) de l'unique mire employée à ce nivellement et les variations correspondantes de l'*humidité absolue* de l'air (diagr. IV), a cru, lui aussi, voir un certain parallélisme entre les deux phénomènes, au moins pour les quatre premiers mois.

(1) Mittheilungen des K. u. K. militär-geographischen Instituts. vol. XV 73 à 78; 1895.

Or,un coup d'œil jeté sur les diagrammes II et III,ajoutés par nous, montre que l'allongement systématique de la mire, d'avril à novembre, correspond à un accroissement parallèle de l'état hygrométrique ; les variations accidentelles, d'autre part, étant liées à de brusques changements de la température et de l'humidité relative.

En résumé, loin de contredire les lois du colonel Gaulier, les faits en question ne font, au contraire, que les confirmer.

Observations sur les erreurs causées par les variations de température, dans les instruments géodésiques. (1)

Pendant les opérations sur le terrain, au fur et à mesure que la température diurne s'élève sous l'effet des radiations solaires, on observe que les bulles des niveaux se réduisent en longueur et en diamètre, au point que par moments, malgré toute la précision avec laquelle l'opérateur peut avoir réglé son instrument, la bulle devient presque insensible : les opérateurs la disent alors paresseuse et folle et la manœuvre de vis calantes est, par suite, plus longue et plus fastidieuse.

On obvie en partie à cet inconvénient, en recouvrant l'instrument d'un parasol, lequel présente en outre l'avantage de moins fatiguer la vue de l'opérateur appelé à adapter souvent toute une journée son œil contre l'oculaire d'une lunette. Mais le parasol ne constituant qu'un écran facilement pénétrable, ne garantit point l'instrument contre toutes les radiations solaires directes ; il reste, en plus, les radiations latérales de réflexions, ou autres ; toutes ces causes continuent donc à agir sur la bulle, dans l'ombre relative qui l'environne ; on constate d'ailleurs que dès que la température du milieu ambiant s'abaisse, la bulle tend à reprendre aussitôt sa mobilité première. Il résulte de là qu'il est prudent de renoncer à opérer pendant les fortes chaleurs, si l'on tient à obtenir des résultats aussi précis que possible.

Or, ces influences catoptriques ne s'exercent pas seulement sur les bulles, mais aussi sur l'ensemble des diverses parties des appareils métalliques ou autres qui les accompagnent dans ces mêmes instruments.

Les radiations caloriques solaires, directes ou non, modifient sur le terrain, les caractères géométriques des lunettes construites à l'atelier, c'est-à-dire dans un milieu se trouvant à l'abri de ces mêmes influences. L'échauffement qui en résulte fait inégalement dilater toutes les pièces, chacune avec un coefficient spécial de dilatation propre et les résultats des lectures sur la mire subissent eux-mêmes des altérations très-sensibles, suivant que l'on opère soit vers midi, soit avant ou après ; car la croisée des fils, *si elle* est obtenue à l'aide des fils de toile d'araignée, se déforme, ainsi, du reste, que le tube métallique de la lunette, les lentilles en cris-

(1) Comptes Rendus, Acad. des Sciences 1898, t. 122, p. 1323.

tal, les colliers et axes divers, les plateaux, etc.

L'auteur a constaté dans une opération de nivellement, exécutée avec toutes les précautions désirables et pour une longueur de 1 kilomètre des différences atteignant parfois $0^{m},025$ entre les résultats obtenus vers midi et ceux du matin ou du soir.

Il faut donc prévenir les opérateurs consciencieux contre les nivellements qu'ils supposent quelquefois erronés, alors que, n'ayant rien à se reprocher à eux-même, les erreurs doivent être attribuées aux instruments ou plutôt aux variations de température.

Un procédé, recommandé pour se garantir le plus possible contre des incertitudes de ce genre, pour des nivellements d'une grande précision, consiste à prendre la moyenne des côtes obtenues, en chaque point, par une même personne ayant nivelé à deux heures différentes de la journée.

VII

TACHÉOMÈTRES AUTORÉDUCTEURS

Lunette sthénallatique de Porro. — Le premier à concevoir la possibilité d'obtenir la distance horizontale immédiatement sans recourir à l'emploi des tables tachéométriques ou de la règle trigonométrique pour réduire à l'horizon le nombre générateur fut Porro ([1]).

La lunette qui donne ce résultat, dit l'auteur, n'est pas seulement

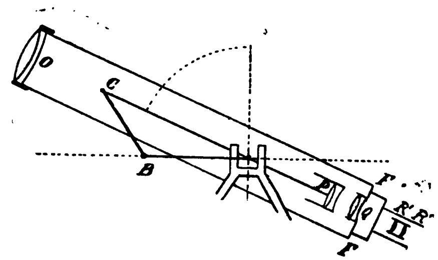


fig. 99

anallatique par rapport aux variations focales, elle est encore *sthénallatique* dans le rapport inverse du carré du sinus de la distance angulaire du zénith. La figure 97 montre comment s'opère ce

(1) Annales des Ponts et Chaussées, 1852, 3e série, 2e semestre, IV, p. 310. *Mémoire sur de nouveaux instruments et procédés de géodésie, de nivellement et d'arpentage par M. Porro.*

petit prodige d'optique micrométrique. Le verre anallatissant Q est achromatique concave ; entre le verre Q et l'objectif O, il y a un verre achromatique convexe P mobile, suivant la longueur de la lunette, au moyen d'une tringle extérieure CP, qui glisse dans deux cannelures et se maintient parallèle à l'axe optique ; une bielle CB est articulée d'une part à la tringle en C, d'autre part, à un point fixe, dans le bâti de l'instrument ; le point B est dans l'horizontale du tourillon.

Lunette de Peaucellier et Wagner. — Deux officiers du génie français, MM. Peaucellier et Wagner reprirent ensuite l'idée de Porro, en la réalisant dans la lunette de la boussole auto-réductrice qui porte leur nom. Dans cet appareil, deux bielles actionnaient respectivement l'objectif proprement dit et le verre anallatiseur.

Mais les organes mécaniques qui réalisaient ces mouvements étaient trop délicats, et, d'autre part, la fatigue extrême de la vue de l'opérateur résultant de la variation rationnelle du grossissement de la lunette était si prononcée que, ainsi que l'explique M. Wagner lui-même dans un mémoire sur l'*Homolographe*, cette fatigue pourrait même à la longue devenir dangereuse pour la vue. C'est donc à cause de ces deux inconvénients que la lunette Peaucellier et Wagner n'a pu trouver dans la pratique une utilisation générale.

Appareil de réduction de Wagner-Fennel. — L'axe optique prolongé d'une lunette, la verticale du point à lever et l'horizontale passant par les tourillons de la lunette forment dans l'espace un triangle rectangle, dont l'axe optique est l'hypoténuse.

M. Wagner, ingénieur à Wiesbaden, en 1869, appliqua ce principe à la construction d'un tachéomètre sur lequel les trois côtés du triangle rectangle ci-dessus étaient représentés par un système de trois règles graduées. Une règle divisée est fixée à la lunette parallèlement à l'axe optique : plus bas se trouve une règle horizontale graduée sur laquelle glisse une équerre dont l'arête verticale est également divisée. La lunette étant dirigée sur une mire tenue *perpendiculairement à l'axe optique*, on lit sur celle-ci la longueur de la visée, puis sans modifier l'inclinaison de la lunette, on repère cette longueur, à l'aide d'un curseur entraînant un vernier, sur la règle divisée portée par la lunette, on pousse l'équerre jusqu'à ce qu'elle vienne buter contre le curseur et on lit enfin sur l'échelle horizontale, la distance réduite à l'horizon.

Grâce à la position relative de l'axe optique et de la règle de la lunette, la distance horizontale lue sur la règle est bien celle du pied de la mire à l'instrument.

Sur l'échelle verticale de l'équerre, on lit, soit la différence de niveau entre l'axe des tourillons et le point où l'axe optique rencontre la mire, soit l'altitude du point levé si l'on a réglé préalablement

la position de l'échelle.

Ainsi que le fait remarquer M. Prévot, cet instrument ne peut pas être qualifié d'auto-réducteur, puisque la réduction à l'horizon n'est obtenue qu'à l'aide d'une manœuvre supplémentaire pendant laquelle une partie du personnel de la brigade reste inoccupée.

Tachéomètre avec fils stadimétriques à écartement variable. — Dans la lunette des tachéomètres construits sur le principe de l'écartement variable des fils stadimétriques, le déplacement du fil a pour but de faire varier l'angle stadimétrique de manière à rendre constant le nombre générateur pour une même distance, quel que soit l'inclinaison de la visée.

A cet effet le tambour de la vis porte une division particulière. Après avoir lu l'angle vertical de la visée sur le cercle disposé à cet effet, on règle l'écartement des fils en tournant la vis micrométrique jusqu'à ce que celle de ses divisions, qui a pour côté l'angle vertical, se trouve en regard d'un index fixe. On peut alors lire sur la mire la distance horizontale.

Les tachéomètres de ce genre sont construits en Suisse.

Niveau de pente Berthélemy. — Soient O (fig. 99) le centre optique de l'instrument ; OB,OC deux visées, de pente par mètre p_1, p_2 ; h_0, h_1, h_2, les hauteurs de mire correspondant respectivement à l'horizontale passant par le point O, et aux deux visées OB, OC ; d la distance horizontale comprise entre le point O et la mire.

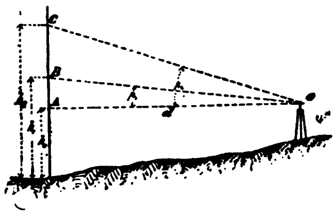


fig. 99

Nous pouvons écrire la relation suivante entre ces quantités :

$$d\,(p_2 - p_1) = h_2 - h_1$$

$$\text{d'où } d = \frac{h_2 - h_1}{p_2 - p_1} \quad (1)$$

C'est-à-dire que *la distance horizontale entre le point de station et la mire est égale au rapport entre la différence des hauteurs lues sur la mire et la différence des inclinaisons correspondantes.*

Cet exposé forme le principe sur lequel est basé la construction du niveau de pente Berthélemy.

Le modèle représenté par la figure 100 a été établi sur les indications de M. Durand-Claye, inspecteur général des Ponts et Chaussées. Il comporte une lunette L munie d'un index I, pouvant basculer autour du point O, un arcle de cercle C fixe, dont le limbe porte la division des tangentes ou pentes par mètre : l'écartement de deux traits correspond à 5 millièmes de pente par mètre, le 1/10 facilement appréciable par estime donne les pentes à un demi-millième près.

L'instrument porte un cercle horizontal qui permet de mesurer les angles d'un plan à une minute près.

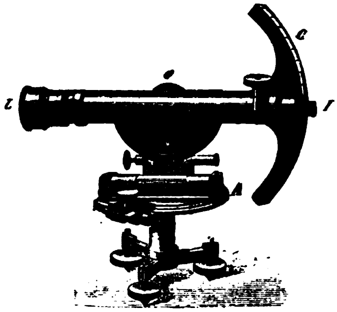


fig.100

Tout le bâti repose sur un dispositif de calage à 3 vis. En pratique on peut faciliter le calcul des distances horizontales, en choisissant les visées à côtes rondes, de manière que la différence $p_2 - p_1$ soit un nombre simple, 0,01, par exemple.

On peut alors obtenir la distance horizontale par un simple calcul mental. En effet l'équation (1) devient :

$$d = \frac{h_2 - h_1}{0,01} = 100 \left(h_2 - h_1\right)$$

Le niveau de pente de M. Berthélemy peut donc être classé parmi les tachéomètres auto-réducteurs. Il est employé utilement aux levers des détails des terrains où l'instrument doit être fréquemment déplacé comme dans les vallées fortement contournées, et avec succès aux levers des profils dans les pays de montagnes.

Niveaux Lefebvre. — Les deux niveaux Lefebvre sont basés sur le même principe ci-dessus. Le premier indique les pentes en degrés et en tangentes jusqu'à 45° : 1 mètre par mètre ; le second donne les pentes jusqu'à 25 cm. par mètre exprimées en millimètres par les 1/2 divisions.

Niveau de pente Chézy.—L'instrument (fig. 101) se compose essentiellement d'un dispositif à vis calantes, d'un support sur lequel sont fixées une nivelle N et deux pinnules P_1, P_2. Chaque pinnule comprend un cadre, à l'intérieur duquel est fixé une pièce munie d'un œilleton et d'une fenêtre sur laquelle est fixée une croisée de deux fils, l'un vertical, l'autre horizontal.

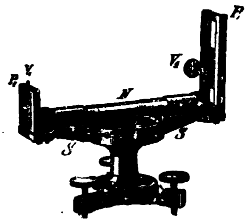


fig. 101

En agissant sur la vis V_1, ou sur la tête du pignon V_2, on peut modifier dans le sens vertical la position de ces deux pièces. La pièce mobile de la pinnule P_1 est munie d'un index avec vernier, qui se déplace devant une échelle divisée, gravée sur le cadre.

Les lignes de visées déterminées par l'œilleton d'une pinnule et la croisée de l'autre sont horizontales, quand l'instrument, étant calé, le zéro du vernier coïncide avec le zéro de l'échelle. Si au contraire, on déplace l'index, le rapport entre ce déplacement marqué sur l'échelle et la distance des deux pinnules fournit la pente de la visée inclinée.

Dans le niveau de Chézy, construit par la maison Berthélemy, les divisions sont faites de telle façon que l'intervalle entre deux traits indique 5 m/m de pente par mètre ; le vernier, étant au 1/5, permet d'apprécier le chiffre des millièmes.

Méthode de M. Kazimirski. — En 1880, M. Kazimirski proposa de substituer, à la division en grade des cercles verticaux de tous les instruments ganiométriques, une division en *tangentes*. L'évaluation des distances serait obtenue en visant suivant des inclinaisons répondant à un nombre rond de centièmes, et différant, en général, de 0,01, ce qui évite l'estime des fractions de divisions, assez difficile à effectuer, les divisions étant inégales et l'emploi du vernier impossible à réaliser.

Cette méthode n'a pas reçu la sanction de la pratique. M. Prévost a calculé qu'elle donne lieu à une erreur moyenne de 1^m75 par 100 mètres de distance et que dans les cas défavorables, cette erreur pourrait atteindre le double de la valeur ci-dessus.

Stadia tangentielle de M. Laterrade. — Cet instrument n'est autre qu'un niveau d'Egault, auquel on a fait les additions suivantes : une boussole placée dans l'axe de l'instrument, immédiatement au-dessus de la bulle, le cercle horizontal divisé en demi-degrés et muni d'un vernier. La lunette est rendue mobile autour d'un axe divisé, non en degrés, mais suivant les tangentes. La

construction de cet appareil est donc basée sur le même principe que l'instrument de M. Kazimirski.

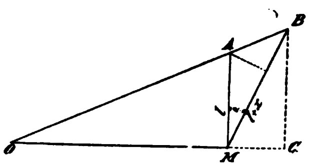
On opère en dirigeant la lunette suivant l'une des tangentes marquées sur l'arc, de manière que l'on n'a jamais de fractions à apprécier.

D'après l'auteur, cet instrument permet de lever le plan en même temps qu'on fait le nivellement, d'évaluer les petites distances avec une très grande approximation.

Dans son mémoire publié dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, t. XIII, 1887, page 339, l'auteur examine, d'après le calcul des probabilités, la précision que peut atteindre cette méthode, c'est-à-dire l'influence de l'incorrection des lectures sur la mire et du défaut de coïncidence absolue entre le repère fixé à la lunette et le trait du cercle en regard duquel on place ce repére et conclut que cette méthode permet d'évaluer une longueur de 500 mètres à 1/1500 près.

Mais pour l'évaluation des distances supérieures à 150 mètres, l'instrument exige l'emploi d'une mire de 6 mètres de hauteur, ce qui donne lieu à des erreurs considérables, concernant le défaut de verticalité de la mire ; c'est sans doute ce qui l'a empêché jusqu'ici d'être adopté dans les opérations de précision, malgré les avantages qu'il présente dans les terrains accidentés. Cet instrument ne peut pas être appliqué avec succès que si l'inclinaison de la visée reste très limitée.

Quand à la mesure des distances, elle se trouve entachée par cette cause, d'une erreur que l'on peut déterminer de la manière suivante :



fig, 102

Soit p la pente sous laquelle on vise une mire placée sur un point M (fig. 102) et l la hauteur AM interceptée par cette visée sur la mire tenue parfaitement verticale. Si la mire s'incline d'un angle α, la visée intercepte une longueur MB qui diffère de l d'une quantité x.

Pour trouver l'expression de x, remarquons que :

$$BC = (l + x) \cos \alpha = p. OC$$

on a donc $(l + x) \cos \alpha = p\,(OM + MC) = p\left(\frac{l}{p} + (l+x)\sin \alpha\right)$

$$\text{d'oú} \quad \frac{x}{l} = \frac{1}{\cos \alpha - p \sin\alpha} - 1$$

si l'on pose $\operatorname{tg} \alpha = m$

$$\frac{x}{l} = \frac{\sqrt{1+m^2}}{1-mp} - 1$$

Or, l'erreur dont la mesure des distances se trouve entachée est proportionnelle à $\frac{x}{l}$, quelle que soit d'ailleurs la différence des deux lectures que fournissent cette mesure. On ne gagnerait absolument rien, à ce point de vue, en allongeant la mire, comme le propose M. Laterrade : la chance d'erreur serait au contraire augmentée, car les mires sont d'autant plus difficiles à tenir verticales qu'elles sont plus longues, et l'erreur relative $\frac{x}{l}$ augmente toujours avec la valeur absolue de p.

En effet m, étant très petit et ne dépassant guère 0.01, on peut poser $\frac{x}{l} = \frac{1}{1-mp} - 1$. Si m et p sont de même signe, l'erreur est en plus, et on voit qu'elle augmente avec la valeur absolue de p qui entre au dénominateur dans un terme négatif. Si m et p sont de signe contraire, l'erreur est en moins et a pour valeur absolue $1 - \frac{1}{1+mp}$, m et p étant ici exprimés eux-mêmes en valeur absolue. La fraction à retrancher de 1 diminue et l'erreur augmente encore lorsque p augmente.

Tachéographe universel de Ziegler. — Comme le nom de l'instrument l'indique, l'inventeur du Tachéographe s'est proposé non plus d'enregistrer des éléments numériques, mais de dessiner le plan directement sur le terrain. Mais la partie supérieure de l'instrument constitue un appareil auto-réducteur pour la mesure numérique des distances.

La lunette est mobile autour d'un point placé près de l'oculaire et repose vers son milieu, par l'intermédiaire d'une plaque d'acier, sur un couteau faisant partie d'un dispositif dit : porte-lunette.

L'opérateur peut élever ou abaisser à son gré le porte-lunette, et, par conséquent, faire basculer la lunette autour de son axe de rotation, en manœuvrant une vis d'appel verticale ; mais ce dispositif ne lui permet malheureusement pas de donner à la lunette, aussi rapidement qu'il serait désirable, les inclinaisons successives, souvent très différentes, nécessitées par les pointés.

La lunette, occupant une position déterminée par celle du porte-lunette, le couteau peut recevoir un mouvement indépendant, au moyen d'une vis micrométrique fixée au porte-lunette. Un index

est gravé sur cette dernière pièce et le tambour de la vis porte des divisions chiffrées : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 10.

Le zéro du tambour, étant amené en regard de l'index, au début de l'opération, le mouvement imprimé ensuite à la vis micrométrique pour faire coïncider avec cet index les divisious 1, 2, etc., de l'échelle, a pour effet de donner à la lunette, par l'intermédiaire du couteau, des inclinaisons successives, telles qu'à 1 mètre sur la distance, correspondent respectivement 1, 2, etc., centimètres de la mire.

On voit qu'avec cet instrument, l'opérateur, après chaque pointé ou lecture, doit se déplacer pour venir assurer la coïncidence de l'index avec la division convenable de la vis micrométrique.

Diastimomètre Sanguet. — Cet appareil (fig.103), inventé par M. Sanguet en 1886, comporte un prisme lamellaire s'adaptant facilement devant l'objectif d'une lunette. Ce prisme, monté à charnière peut, à volonté, masquer ou démasquer l'objectif. En faisant une lecture de mire au fil horizontal unique de la lunette dans chacune des deux positions du prisme, on obtient le nombre générateur de la distance, tout comme une lunette micrométrique.

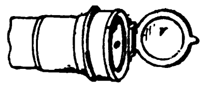


fig. 103

En effet, d'après la fig.104, α étant l'angle compris entre les deux visées faites avant et après interposition du prisme sur le trajet des rayons lumineux, ST la longueur de stadia comprise entre ces deux visées, d la distance cherchée, on a $d = \frac{ST}{\tan\alpha}$.

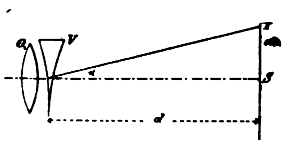


fig. 104

Le modèle que l'on pouvait voir a l'Exposition internationale de Liége (1905), porte deux graduations spéciales permettant de lire sur la mire sans calcul la distance réduite à l'horizon et la différence de niveau.

Pour un prisme donné, l'angle de réfraction ne dépend que de l'indice de réfraction du verre employé et de l'angle des faces non parallèles ; il est donc constant.

On peut obtenir, par construction, par sa tangente, une valeur simple, par exemple 1/50, 1/100, 1/200. Les longueurs évaluées à l'aide du diastimomètre ont pour origine l'axe du prisme ; pour les rapporter à l'axe du trépied portant la lunette, il faut donc leur ajouter une constante égale à la distance comprise entre cet axe et

le prisme en verre, soit à peu près la demi-longueur de la lunette. Ces longueurs doivent, en outre, le cas échéant, être réduites à l'horizon, comme dans le cas de la lunette stadimétrique.

Tachéomètre Charnot

L'instrument comporte tout d'abord les organes essentiels du tachéomètre ordinaire : cercle horizontal gradué, alidade avec vernier, dispositif de vis d'arrêt et pince *s*, *s'*, un embase formé du triangle métallique muni des vis de calage *v*,*v*,*v*, le tube magnétique, un niveau pour le calage du pivot central, la lunette, un limbe vertical gradué, etc. Il présente ensuite les organes caractéristiques propres à l'autoréduction, dont voici la description empruntée à une notice publiée par l'auteur même de ce remarquable appareil. (fig. 105).

Affût de la lunette. — L'affût, dont le tourillon est rendu horizontal par l'appareil de réglage situé à la partie supérieure de la colonne, oscille verticalement jusqu'à 45° ou 50° au dessus ou au-dessous de l'horizon. Il peut être arrêté dans toutes les positions au moyen de la pince *b*, du curseur et de la vis de rappel *b'*. — L'affût se termine par deux collets, dont l'un est muni intérieurement d'une vis permettant de placer l'axe de la lunette perpendiculairement à l'axe vertical de l'instrument. Quatre vis butantes *j*, situées à l'extérieur des collets, et le taquet *p* de la lunette règlent la position du réticule. Ainsi disposé, l'affût et la lunette satisfont à toutes les conditions voulues pour les nivellements directs par retournements, d'après la méthode d'Egault.

Limbe vertical — Un arc de cercle gradué, ayant pour centre l'axe O du tourillon de l'affût, indique l'inclinaison de la visée. Cet arc de cercle fait corps avec l'affût et la bielle et transmet à la lunette les mouvements de rayonnement vertical que nécessitent les pointés.

Bielle. — La bielle se compose de trois pièces, savoir :

1° La coulisse *f*, évidée dans l'appendice situé au milieu du limbe vertical et en prolongement du rayon passant par le zéro de ses graduations.

2° Le coulisseau *f'*, taillé en biseau sur les côtés et occupant la coulisse *f* ; il y glisse longitudinalement, à frottement doux et en ligne rigoureusement droite et toujours dirigé vers le centre O du tourillon, pendant que, à son extrémité inférieure, il reste fixé au curseur par le pivot *a*.

3° La plaque élastique *g*, portant le vernier, dont le zéro correspond, (la bielle étant dans la position verticale), à l'origine des graduations faites sur le coulisseau. Cette plaque est fixée à la coulisse par trois vis de réglage et recouvre le coulisseau en le pressant lé-

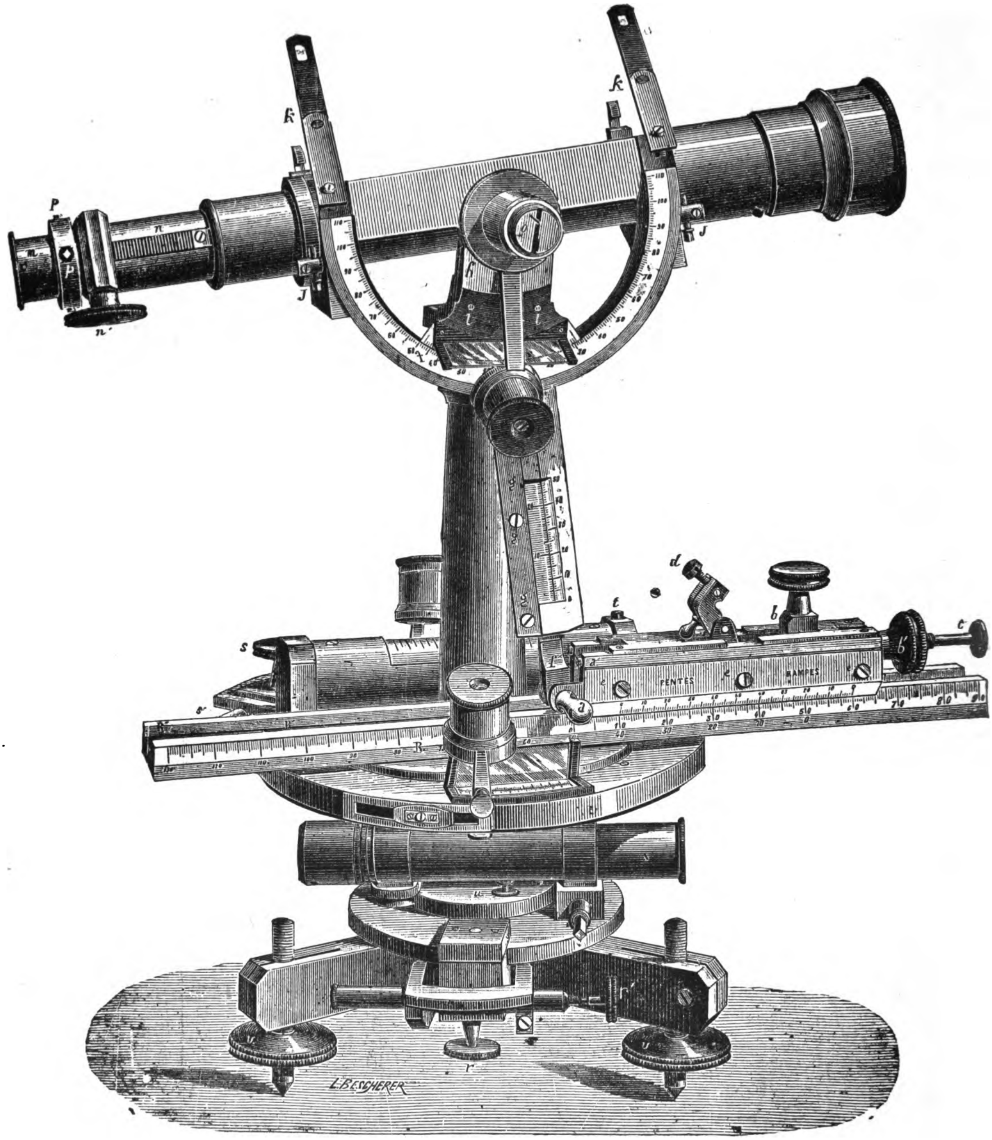


fig. 105

gèrement ; elle indique sur celui-ci les allongements de la bielle quand elle oscille à gauche ou à droite de la verticale.

Règle altimétrique — La règle altimétrique R est fixée sur le cercle supérieur, au dessous de la bielle et parallèlement au plan de révolution vertical de la lunette.

Elle est évidée intérieurement et coupée à sa partie supérieure et sur toute sa longueur par une coulisse R′ servant de guide au curseur. Elle est graduée à sa face extérieure pour indiquer la longueur des déplacements du curseur.

Curseur. — Le curseur indique sur la règle altimétrique l'amplitude des mouvements d'oscillation de la lunette, par l'intermédiaire de la bielle, tout en maintenant le pivot inférieur de celle-ci à une distance constante de la règle R.

Il est composé d'un chassis rectangulaire allongé glissant sur la règle au moyen de guides et de ressorts engagés dans la coulisse de cette règle.

Ce chassis est relié à la bielle par un pivot *a*, supporté au moyen d'une plaque, dont on peut régler et fixer exactement la hauteur au moyen de ses vis d'attache *a′*.

Il porte, sur sa face longitudinale et fixé à lui par des vis de réglage *e*, un double vernier servant à la lecture sur la règle altimétrique.

Le curseur est muni d'une pince *b* et d'une vis de rappel *b′* permettant de le fixer et de rectifier ensuite sa position. Cette pièce est placée à l'intérieur du chassis *c′*, où elle est guidée par un plus petit cadre ou étrier qui l'enveloppe complètement tout en lui laissant un espace libre limité, à son extrémité avant, par la paroi même de l'étrier et à son autre extrémité, par les deux vis *d* et *d′*.

Un ressort à boudin fixé à l'étrier du côté arrière, où sont placées ces vis presse la pince *b* contre le fond opposé.

Une vis *c′* concentrique à la vis *b′*, traversant l'étrier et s'y appuyant, permet d'exercer sur la pince *b* une poussée qui fait avancer le curseur en réduisant l'espace libre entre cette pince et les vis *d* et *d′*.

Il résulte de ces dispositions que la pince *c*, étant serrée et immobilisée, on peut encore produire un déplacement du curseur et rectifier le pointé, soit avec la vis de rappel *b′*, soit avec la vis de réduction *c′*.

Dans le premier cas le grand chassis se déplace seul en avant ou en arrière ; dans le second le curseur tout entier, sauf la pince, avance de toute la longueur de pénétration de la vis *c′*.

Division de la bielle et de la règle.— Les divisions de la bielle et celle de la règle sont faites en demi-centimètres de la distance séparant les axes *a* et *o* des deux pivots extrêmes de la bielle dans sa

position verticale.

Les verniers qui servent à leur lecture, étant de 50 divisions, permettent d'apprécier les cinquantièmes $\left(\frac{1}{50}\right)$ des demi-centièmes $\left(\frac{1}{200}\right)$, soit les dix millièmes $\left(\frac{1}{10.000}\right)$.

Déclivité.—Pour faire un pointé selon une inclinaison quelconque, pente ou rampe, on fait parcourir au curseur, sur la règle, une ligne horizontale correspondante qui représente la déclivité du pointé par unité quelconque de distance horizontale.

Le tachéomètre Charnot fournit, pour une ouverture d'angle quelconque projetée sur le limbe vertical, la valeur de toutes les lignes trigométriques : La tangente directement sur la règle, la sécante directement sur la bielle, la cotangente en divisant 1 par la tangente de la règle, la cosécante en multipliant la cotangeante par la sécante de la bielle, le sinus en divisant la tangente de la règle par la sécante de la bielle et ainsi de suite.

Distance horizontale. — Après avoir fait le pointé sur une mire placée verticalement, si l'on avance le curseur d'une longueur quelconque, les angles verticaux ainsi formés sont respectivement égaux à ceux qu'a décrits la bielle par les mouvements du curseur.

De la longueur diastimométrique, on déduit la distance horizontale, qui est égale à autant de fois la longueur diastimométrique que le déplacement horizontal du curseur est contenu de fois dans la distance *oa*.

Le curseur est construit de façon à pouvoir régler à volonté le rapport de la longueur de sa course avec la distance *oa*.

Pratiquement, grâce au dispositif des deux bouttoirs placés à l'intérieur du curseur, on peut choisir à volonté comme rapport de la hauteur de mire à la distance : 1/100, 1/10, ce dernier rapport réservé pour les petites distances.

Mire. — Toutes les mires parlantes peuvent être employées avec le tachéomètre Charnot, mais on retire de sérieux avantages avec la mire spéciale dont le modèle est donné à la fig. 106 et qui permet d'élever et de fixer, pour la durée de chaque station, le zéro des divisions au dessus de chaque talon à une hauteur égale à celle du centre de la lunette, au dessus du sol.

En outre que, par cette propriété, elle simplifie les inscriptions au carnet, en rendant généralement inutiles les renseignements relatifs à la hauteur de la lunette, cette mire facilite

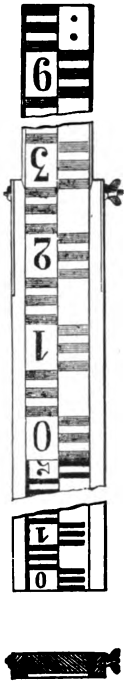


fig. 106

encore les opérations dans certains terrains où les pointés sont gênés par les végétaux ou autres obstacles à la vue.

Elle se compose de deux pièces superposées de 3^m00 de longueur. La pièce de face à l'opérateur est divisée en centimètres l'autre en doubles centimètres ; elle glisse dans les coulisses de la seconde, où elle peut être fixée au moyen de la vis située à la partie supérieure, à toutes les hauteurs jusqu'à plus de $2^m,50$, ce qui donne ainsi à l'ensemble de la mire une longueur de plus de 5^m50 ; des divisions faites en centimètres à l'intérieur et entre les coulisses de la deuxième pièce permettent de placer la règle de face à la hauteur voulue, sans aucun mesurage.

Tachéomètre à projection Breithaupt

pour les levers à l'échelle de 1 : 1000.

La Maison Breithaupt, d'après les indications de M. l'ingénieur Puller a construit un nouveau Tachéomètre à projection au moyen duquel on peut évaluer la distance horizontale et l'altitude sans calcul et enregistrer directement et graphiquement sur le terrain les résultats des observations. A cet effet, l'appareil est pourvu d'un cercle horizontal en magnalium, d'un diamètre de $0^m,425$, sur lequel on applique un disque de papier-calque servant à marquer les points visés. Voici les formules dont M. Puller s'est servi pour établir la construction de cet important appareil :

D'après la fig. 107, le triangle o M u donne :

$$l : \text{M u} = \sin\beta : \cos(\alpha + \beta)$$

$$\text{comme M u} = \frac{\text{D}}{\cos\alpha}$$

$$\text{D} = \frac{l}{\sin\beta}\cos(\alpha + \beta)\cos\alpha, \text{ et}$$

$$h = D \operatorname{tg} \alpha = \frac{l}{\sin \beta} \cos(\alpha + \beta) \sin \alpha$$

En désignant $\frac{1}{\sin \beta}$ par k, et tenant compte de la constante addi-

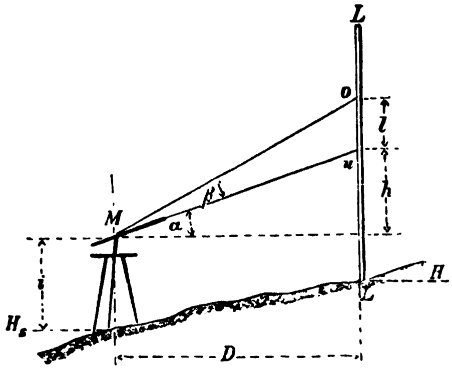


Fig. 107

tionnelle c, on obtient les équations :

(1) $D = [kl \cos(\alpha + \beta) + c] \cos \alpha$

(2) $h = [kl \cos(\alpha + \beta) + c] \sin \alpha$

(3) $H = (H_s + i - u) + h$

Dans (3), H_s est l'altitude du centre de station, H, l'altitude du point visé, i la hauteur de l'instrument et u la lecture inférieure de la mire.

Cela posé, l'appareil (fig. 108) comporte des organes essentiels du tachéomètre : lunette avec un objectif de 34 m/m d'ouverture, et micromètre, nivelle, etc ; il est muni en plus, d'un dispositif de projection matérialisant les formules (1) (2) (3), et composé de 3 règles AA, BB, CC. La règle A A, reliée à l'axe horizonlal de la lunette, suit les différentes inclinaisons de celle-ci ; la règle graduée BB, inclinée sous l'horizon de l'angle β, peut glisser sur une barre MM ; la règle graduée CC, reliée à la colonne par des supports peut se placer exactement suivant l'horizontale.

Deux curseurs : F, pouvant glisser le long d'une tige L parallèle à AA, et G, muni de vernier, se déplaçant sur la barre MM solidaire avec BB, sont reliés au moyen d'une tige E, qui se maintient toujours perpendiculaire à la règle AA ; le vernier H est monté sur pivot. Une barre en acier D, pivotant autour de O et articulée sur la règle BB, reste toujours parallèle à E, de manière qu'à chaque inclinaison de la lunette, la règle BB est conduite par D.

Une équerre P, montée sur une roulette, se meut sur la règle CC; l'équerre porte les deux verniers I et K, ainsi que le dispositif (fig. 109) pour tracer sur le papier les points visés.

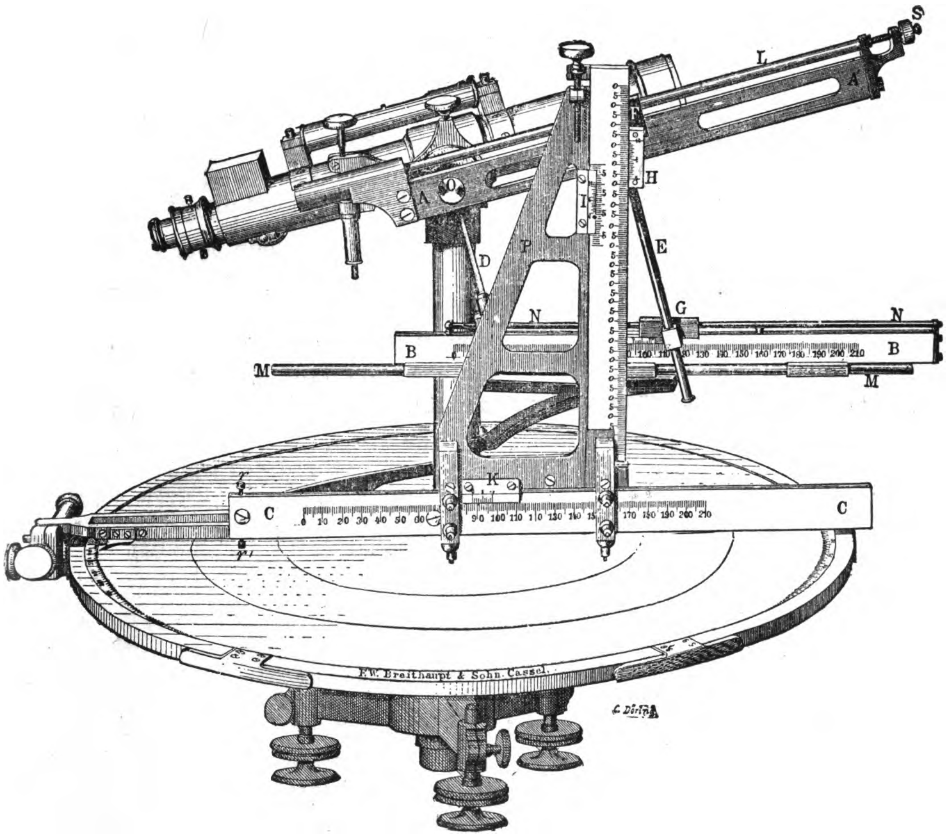


Fig. 108.

Le limbe est divisé en 1/3 de degré ; on fait la lecture au moyen de l'alidade, la distance horizontale est lue sur le vernier K de l'équerre P. Mais il est préférable, comme nous venons de le dire, de rapporter immédiatement les points sur le terrain.

Emploi de l'appareil. — On met l'appareil en station au moyen d'un fil à plomb divisé (fig. 110) et on lit sur ce ruban la hauteur *i*. On amène ensuite, avec la vis de rappel, la division de l'équerre P en regard du vernier I, de façon à pouvoir lire la hauteur (H_s + i — u). Si u est constant, soit p. e. 2 mètres pour une même station, l'expression (H_s + i — u) restera invariable.

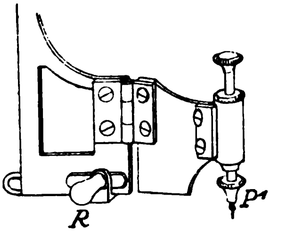


fig. 109

On opère de même pour chaque point visé : on dirige le trait inférieur du réticule sur la division 2 mètres de la mire parlante et l'on fait la lecture au trait supérieur (le trait inférieur se montre en haut dans la lunette);

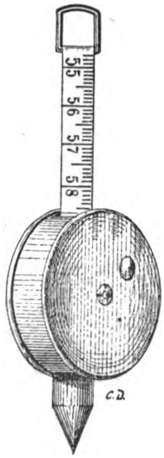


fig. 110

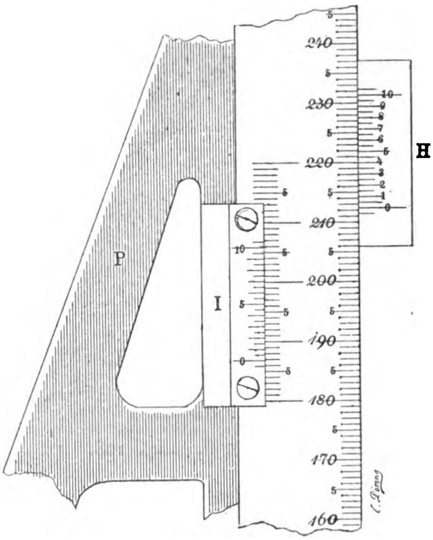


fig. 111

puis on amène le curseur G dans une position telle que le vernier voisin de G donne la longueur o — u = o — 2 mètres : le mouvement lent sera fait par la vis de rappel S, après que le curseur a

été fixé sur L. Enfin on glisse l'équerre P sur la règle CC jusqu'au contact du vernier H. On marque le point sur le papier et l'on écrit en regard l'altitude qu'on a lue au vernier H.

Soit par exemple :

$H_s = 187^m47$ $H_s + i - u = 186{,}82$ (fig. 111, vernier I) $D = 161^m.8$
$i = 1^m35$ $o - u = 165.7$
$u = 2^m$ $H = 212.35$ (fig. 111 vernier H)

En effet, soit MF (fig. 112 la ligne de visée par le trait inférieur du réticule faisant l'angle α avec l'horizon. Soit la droite AB reliée à MF par la perpendiculaire MA et inclinée sous l'horizon de l'angle β. BF est une droite perpendiculaire à MF.

On reconnait dans cet ensemble les axes principaux de l'appareil que nous venons de décrire ainsi qu'en KGN, le contour de l'équerre P.

Le vernier G qui pivote sur le point O est supposé distant du point F, d'une longueur G = 0,43 mill., la constante de la lunette étant $C = 0^m{,}43$.

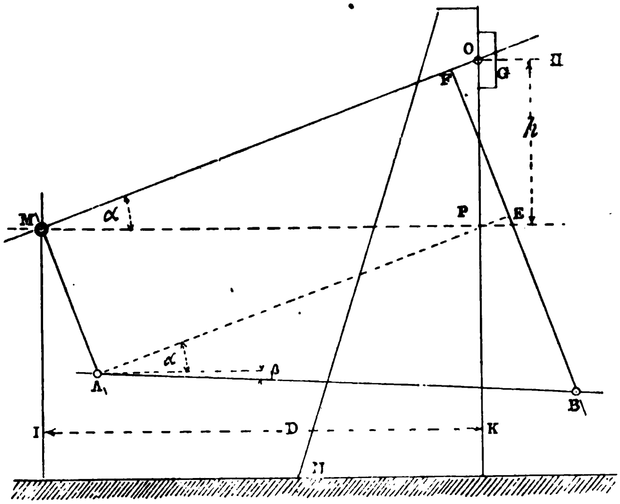


fig. 112

L'angle β est l'angle stadimétrique ; la stadia étant réglée au 1/1000, les traits extérieurs du réticule embrassent 1 mètre de la mire parlante à 100 mètres, c'est pourquoi la règle BB qui a une division de 200 mètres est inclinée sur la règle CC de 2 millimètres.

Il est facile de voir que si l'on fait AB = kl, on a :

$$AE = kl \cos(\alpha + \beta)$$
$$MO = kl (\cos(\alpha + \beta) + c)$$
$$MP = MO \cos\alpha = [kl \cos(\alpha + \beta) + c] \cos\alpha = D$$
$$OP = MO \sin\alpha = [kl \cos(\alpha + \beta) + c] \sin\alpha = h$$

Si l'horizontale MP se trouve à la hauteur $H_s + i - u$, le point O donne la hanteur :

$$H = H_s + i - u + h$$

Si la mire était couverte par des cultures élevées, on dirigerait le trait inférieur du réticule sur la division 3 mètres de la mire ; dans ce cas, il est nécessaire de diminuer l'altitude lue, de la différence de 3—2=1 mètre.

Pratiquement on trace d'abord la polygonale sur le terrain et on fait ensuite le lever graphique des détails dans chaque station, on oriente enfin les disques de papier à l'aide des points du polygone et l'on obtient le plan définitif.

Tachéomètre à projection Breithaupt

pour les levers à l'échelle de 1 : 2500

Tenant compte que pour les études des tracés de chemin de fer, l'échelle de 1 : 1000 offre une exactitude excessive et superflue, la maison Breithaupt, d'après les données de M. Puller, a construit un autre appareil plus simple qui permet de lever les plans à l'échelle de 1 : 2500.

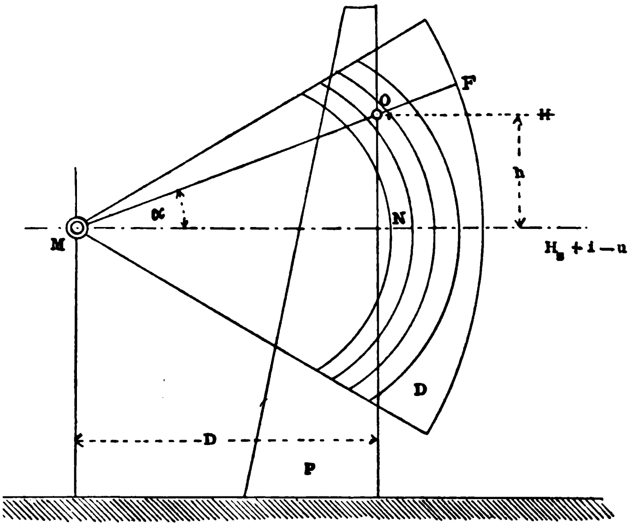


fig. 113

Le principe sur lequel est basé la construction de cet appareil est le même que le précédent ; il n'y a de différence que la valeur de la constante k, qui est égale à 200, au lieu de 100, comme dans le premier appareil et en outre la constante c est négligée, ce qui

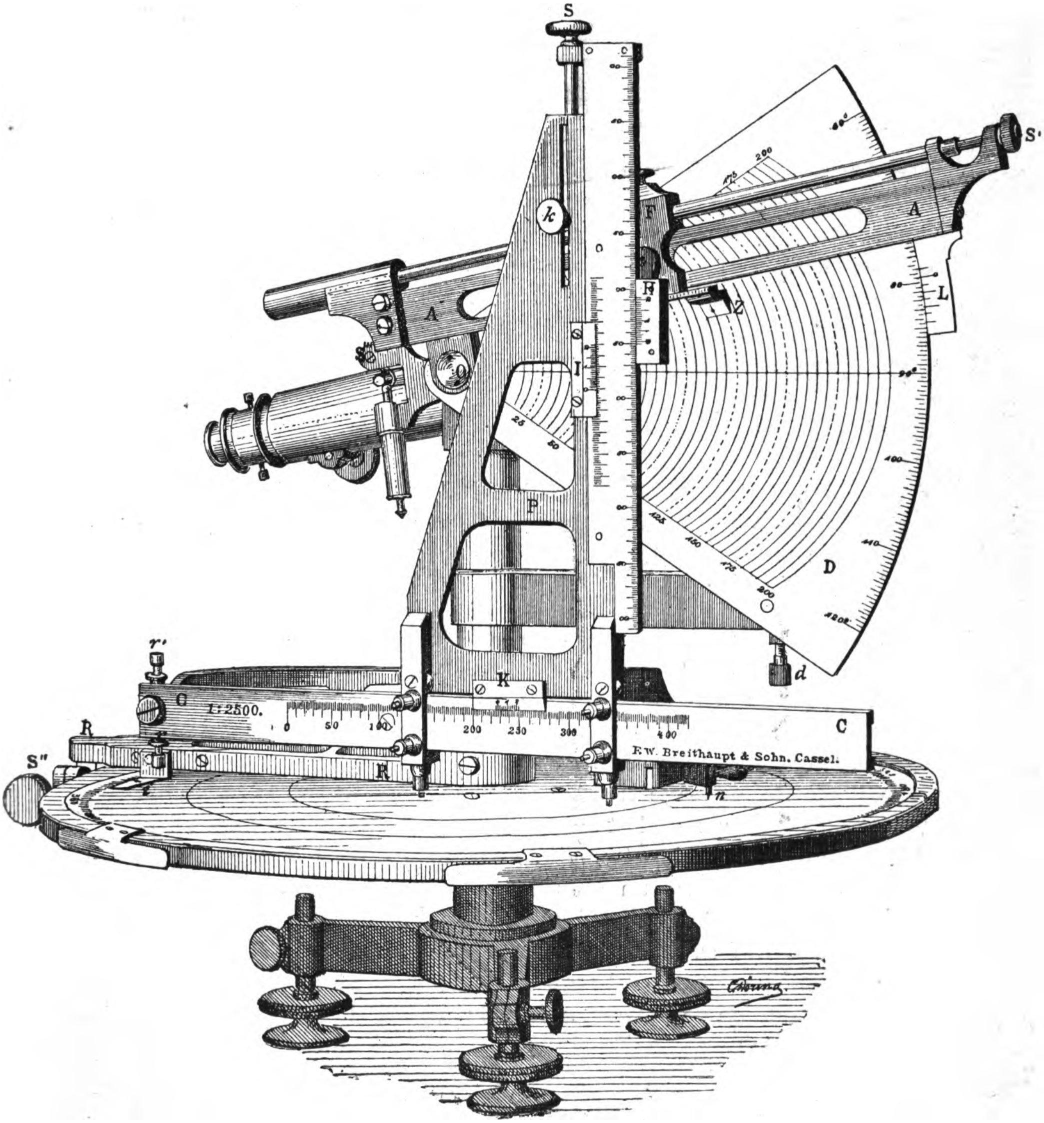


fig.124

n'a pas d'influence appréciable sur les résultats des observations, étant donné la petitesse de l'échelle qui caractérise cet important instrument.

Dans ces conditions les formules (1) (2) (3), précédemment cherchées, deviennent :

$$D = kl \cos(\alpha + \beta) \cos \alpha$$
$$h = kl \cos(\alpha + \beta) \sin \alpha$$
$$H = (H_s + i - u) + h$$

D et H étant des quantités lisibles directement.

Cela posé, voici la représentation schématique de l'appareil (fig. 114)

D est un disque qui porte tracées des circonférences numérotées de 0 à 200 ; MF, la ligne de visée correspondant au trait inférieur du réticule ; *P*, une équerre rectangulaire.

En faisant $MO = kl \cos(\alpha + \beta)$, on déduit :

$$MN = MG \cos \alpha = D$$
$$NO = MO \sin \alpha = h$$

et si l'on donne au niveau de l'horizontale MN la valeur $(H_s + i - u)$, le point O nous fournit la hauteur correspondant à l'équation (3). A cet effet, on amène l'équerre à intercepter sur la ligne de visée MF une longueur correspondant à *l*, d'après la chiffraison des cercles du disque et on peut lire directement les valeurs cherchées D et H.

Description de l'appareil.—L'appareil comporte une lunette ayant un oculaire de 34 m/m d'ouverture, un réticule gravé sur verre ; elle est munie d'un niveau réversible. Dans le limbe horizontal de 35 centimètres de diamètre, les degrés sont divisés en trois parties égales. Un vernier *i* donne la minute.

Le dispositif de projection se compose d'un disque D en laiton fixé sur l'axe horizontal et relié à la colonne centrale ; d'une règle AA solidaire avec la lunette, d'une barre parallèle à la règle AA le long de laquelle glisse un curseur F muni d'un vernier H monté sur un pivot et d'un index Z. Cet index sert à pointer la valeur $l = o - u$ sur le cercle, de numérotation correspondante du disque D. Les cercles sont en effet numérotés de manière que lorsque l'index Z marque l'un deux donnant la valeur *l*, on a la longueur $MO = kl \cos(\alpha + \beta)$. La vis S′ est destinée aux mouvements lents, après serrage de la vis d'arrêt du curseur *F*.

Une règle horizontale CC fixée à la colonne centrale porte une graduation jusqu'à 400 mètres à l'échelle de 1 : 2500 ; on peut lire les distances horizontales au moyen du vernier K donnant le double décimètre.

Une équerre *P* munie d'une règle verticale graduée se déplace devant un vernier *I* au moyen d'un bouton *k*. Une vis de rappel *S* est destinée à effectuer les mouvements lents jusqu'à obtenir sur

cette règle la hauteur ($H_2 + i - u$).

Les verniers *H, I,* donnent les décimètres.

Enfin le bord du disque *D* est gradué en tiers de degré sur ± 30°.

La stadia employée avec cet instrument est réglée à 1/200.

La manœuvre est identique au tachéomètre précédent.

Tachéomètre autoréducteur Sanguet

C'est en septembre 1864 que M. Sanguet, alors âgé de 16 ans à peine, inventa le premier tachéomètre autoréducteur non basé sur l'emploi d'une lunette micrométrique.

Breveté le 9 mars 1865, sous le nom de longimètre Sanguet, cet instrument fut, la même année, construit et présenté à la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale.

La mesure de la projection horizontale de la ligne joignant l'instrument à une mire parlante verticale, s'obtenait sans calcul, au moyen d'un mécanisme comportant les organes suivants :

Une lunette basculant sur un axe horizontal, munie d'un bras perpendiculaire à cet axe et à l'axe optique. Dans l'ouverture rectangulaire de ce bras se meut une glissière entraînée par une vis de rappel supportée par un curseur que l'on peut fixer au moyen d'une vis, en un point quelconque d'une règle horizontale. La vis étant desserrée, on peut entraîner le curseur et, par suite, faire basculer la lunette de manière à voir la mire, et après le serrage de la vis, faire une première lecture au fil horizontal unique du réticule. On tourne ensuite la vis de rappel d'un tour complet ce qui fait changer l'inclinaison de la lunette et l'on fait une seconde lecture sur la mire : la distance horizontale cherchée est égale au centuple de la différence des lectures sur la mire.

Dans son brevet l'inventeur avait prévu un arc du cercle vertical gradué et un vernier porté par le bras perpendiculaire à l'axe de la lunette pour mesurer les angles verticaux ; et une échelle sur la face supérieure de la règle donnant les tangentes de ces mêmes angles, autrement dit, les pentes par mètre des rayons visuels dirigés sur la mire.

Le mécanisme qui vient d'être décrit offrait bien quelques sérieuses difficultés de construction, mais le principe de l'autoréduction des distances n'était pas moins trouvé et pratiquement démontré, dès l'année 1865. Eclairé par l'expérience, l'inventeur apporta successivement à son appareil d'importantes modifications qui furent toutes soumises à l'épreuve de la pratique.

Le dernier type réalise un progrès considérable dans l'art de lever les plans, permettant, non seulement d'atteindre une précision

très approchée des distances horizontales, mais un contrôle efficace des lectures. Voici, d'après une notice publiée par l'inventeur, la description de son instrument et la manière de s'en servir.

Théorie.—Supposons pour un instant un instrument constitué par deux tiges rigides *mn* et O*d* assemblées en forme de T, (fig. 115) et disposées de manière que l'une, *mn* soit verticale, et l'autre *ad* horizontale. Imaginons de plus une série de lignes verticales MN, M'N', M"N".. situées dans le plan passant par O *m n*.

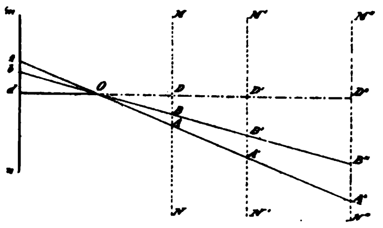


fig. 115

Il est évident qne si, par deux points *a* et *b*, pris sur *mn* et par le point O, nous faisons passer les rayons visuels *a* O A" et *b* O B", ces rayons visuels formeront avec chaque verticale rencontrée un triangle tel que O A B, O A' B'.... semblable au triangle O *a b*. Et si nous prolongeons indéfiniment l'horizontale *d* O, nous aurons en outre les nouveaux triangles ODB, O D' B', O D" B"... semblables entre eux et au triangle O *d b*.

De cette similitude des triangles il résulte que :

$$\text{Si } O\,D = \overline{O\,d},\ \overline{A\,B} = \overline{a\,b}\ ; \quad \text{Si } \overline{O\,D'} = 2\,\overline{O\,d},\ \overline{A'B'} = 2\,\overline{ab}.$$

Ou, d'une manière générale :

Sur une verticale quelconque M" N" dont la distance au point O = OD", on a :

$$\frac{A''\,B''}{O\,D''} = \frac{a\,b}{Od} = r \ldots (1). \qquad \text{D'où } O\,D'' = \frac{A''\,B'' \times O\,d}{a\,b} = \frac{A''B''}{r}\ (2).$$

Si l'on fait *r* constant dans chaque instrument et égal à 0,01 par exemple, et si on *lit* le segment A" B" sur une *mire parlante* tenue dans la verticale M" N", on aura la distance horizontale O D" en divisant A" B" par 0,01, ou, ce qui revient au même, en multipliant

A" B" par $\frac{1}{0{,}01}$ ou par 100, opération très facile à faire.

On remarquera que l'équation (1) est indépendante de l'inclinaison de chaque rayon visuel, laquelle peut être quelconque. Par conséquent la distance obtenue est toujours la distance du point O à la verticale passant par la mire, c'est-à-dire la distance O A" ou O B" *réduite à l'horizon*.

Application. — Dans le tachéomètre Sanguet le point O est représenté par l'axe de rotation des tourillons de la lunette ; la ligne *m n* par une tige verticale pouvant se déplacer dans le sens de sa

longueur : *a* par un couteau d'acier supportant la lunette du côté de l'oculaire, implanté dans une pince pouvant glisser le long de la tige *m n* ; enfin l'espace *a b* est représenté par la quantité dont la tige verticale descend sous l'action d'un levier mû par l'opérateur.

On conçoit aisément que, si l'on déplace la pince portant le couteau *a* le long de la tige *mn*, de manière à donner à la lunette l'inclinaison voulue pour que le rayon visuel *a* O A″ aboutisse au zéro d'une mire parlante tenue dans la verticale M″ N″, et que si l'on fait descendre la tige *m n* d'une quantité constante et égale à 0,01 de O *d*, le couteau supportant la lunette se déplacera lui-même verticalement de *a* en *b*, et la lunette donnera le nouveau rayon visuel *b* O B″. Une simple lecture sur la mire parlante fera connaître la hauteur A″ B″ qui est, comme on le dit plus haut, égale au 100e de la distance horizontale O D″.

Pour connaître cette distance O D″ il suffira donc de considérer la mire parlante comme une *échelle de distance* sur laquelle les centimètres représentent les mètres et les millimètres des décimètres.

Description sommaire. — Le tachéomètre Sanguet se compose de deux parties principales destinées l'une à mesurer les angles azimutaux, et l'autre à mesurer les distances et les déclivités. La première consiste, comme d'habitude, en un cercle horizontal gradué pouvant tourner autour d'un axe vertical ; un déclinatoire perfectionné D est fixé sous le cercle divisé. (fig. 116).

La base de la seconde partie ou partie supérieure, est un cercle alidade muni de verniers, tournant dans l'intérieur du cercle divisé qui lui est concentrique. Sur le cercle alidade est fixée une règle horizontale portant à droite une fourche servant d'appui aux tourillons de la lunette ; à gauche une règle divisée verticale, et au milieu un niveau à bulle d'air.

Une tige prismatique verticale, matérialisant la ligne *m n*, est maintenue très près de la règle divisée par des coussinets faisant corps avec cette règle. Cette tige, qui peut se déplacer verticalement d'une certaine quantité, repose sur la pointe d'une vis de rappel R′. Une pince avec vis de pression P′, glisse sur cette tige et porte, outre le couteau d'acier dont on a parlé, un vernier indiquaut sur l'échelle divisée l'inclinaison ou *pente par mètre*, du rayon visuel correspondant à sa position.

L'écrou de la vis de rappel vertical R′ est relié par une bielle à l'extrémité du petit bras d'un levier horizontal dont la poignée L est à portée de la main droite. L'opérateur peut ainsi manœuvrer ce levier pour changer l'inclinaison de la lunette et mesurer les distances, sans avoir à se déplacer, l'œil restant à la lunette.

On remarque sur la fig.116 que la fourcheporte quatre butoirs ou têtes de vis saillantes, dont l'un, l'inférieur, est en contact avec le long bras du levier. Si l'on fait passer le levier au butoir suivant, la tige prismatique et la pince P′ descendront d'une quantité exactement égale à 0,01ᵉ de la distance horizontale qui sépare l'axe des tourillons de la lunette, de la ligne verticale parcourue par le couteau que porte la pince P′; autrement dit, d'une quantité *a b*, (fig.115) égale à 0,01ᵉ de O *d*.

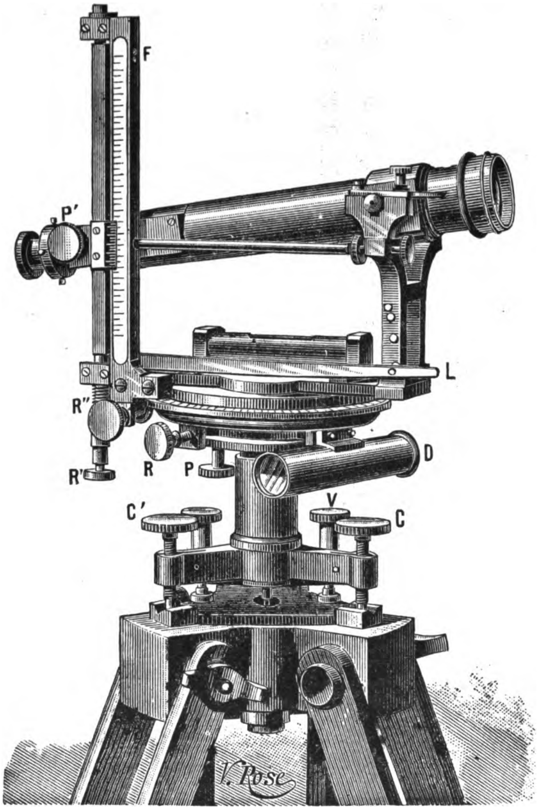


fig. 116

Les deux butoirs suivants fournissent d'autres rapports *r* de la hauteur de mire à la distance, savoir : le troisième $\frac{18}{1000}$, et le quatrième $\frac{22}{1000}$.

Le passage du levier d'un butoir à un autre peut correspondre à six valeurs différentes du rapport *r*. Pour abréger, désignons les butoirs par *0* (zéro) *a*, *b* et *c* ; nous avons déjà dit que l'intervalle

entre O et a donne $r = \frac{1}{100}$ ou $\frac{10}{1000}$; celui $O\,b = \frac{18}{1000}$ et celui $O\,c = \frac{22}{1000}$. Mais le levier peut aussi bien partir de a pour s'arrêter à b ou à c, et même partir de b pour arriver à c.

On a donc en définitive :

Pour l'intervalle	O a	le rapport	$r = \ldots\ldots\ldots\; 0{,}010$
—	O b	—	$r = \ldots\ldots\ldots\; 0{,}018$
—	O c	—	$r = \ldots\ldots\ldots\; 0{,}022$
—	$a\,b$	—	$r = 0{,}018 - 0{,}010 = 0{,}008$
—	$a\,c$	—	$r = 0{,}022 - 0{,}010 = 0{,}012$
—	$b\,c$	—	$r = 0{,}022 - 0{,}018 = 0{,}084$

Soit six rapports élémentaires entre lesquels l'opérateur peut varier son choix selon les circonstances,de manière à proportionner au résultat à obtenir tantôt la portée de l'instrument, tantôt l'exactitude des mesures. Cette variété permet en outre de déterminer les distances à un rapport donné, quand des obstacles empêchent de faire les lectures sur la mire au rapport ordinairement employé.

Choix et combinaisons des lectures ; contrôles. — Le rapport de 0,01 (1 centimètre par mètre) est le plus avantageux pour les travaux courants. La mire divisée en centimètres (division normale) permet d'évaluer les distances en mètres et décimètres jusqu'à 350 ou 400 mètres.

Les rapports 8 et 12 combinés offrent le moyen d'accroître la précision et de contrôler les lectures dans un rayon de 250 mètres.

En désignant par b' et c' ces deux rapports, on a :

$$b' + c' = 0{,}020 \text{ et } c' - b' = 0{,}004 = \frac{b'}{2} = \frac{c'}{3} = \frac{b' + c'}{5} \qquad (1)$$

La combinaison des rapports $18 = b$ et $22 = c$ donne les relations suivantes :

$$b + c = 0{,}040 \text{ et } c - b = 0{,}004 = \frac{b + c}{10} \qquad (2)$$

En combinant les trois rapports $10 = a$, $18 = b$ et $22 = c$, on a :

$$a + b + c = 0{,}050 \qquad \text{et } \frac{a + b + c}{5} = a \qquad (3)$$

Cette combinaison donne le maximum de précision ; on l'emploie chaque fois que l'on désire obtenir les distances avec une grande exactitude, sauf à omettre une lecture si un obstacle ne permet pas de la faire sans recommencer le pointé.

Par les combinaisons de lectures, on augmente la précision du résultat et l'on a un moyen de contrôler les mesures, de découvrir et de corriger les fautes de lecture ou d'inscription.

Précision des résultats. — L'erreur moyenne à craindre, sur la mesure d'une distance D, est de :

$$0^m,04 + \frac{D}{4,000}, \text{ ou } 0^m,02 + \frac{D}{10,000},$$

soit 0^m065 sur 100 mètres si le résultat est obtenu par une seule lecture au rapport de 0,01 ou 0^m03 sur 100 mètres s'il est donné par trois lectures formant le rapport de $0^m,05$ par mètre (3ᵉcombinaison).

Les angles azimutaux sont donnés par les verniers à 5 milligrades près, soit 16″ ancienne division.

Les déclivités sont évaluées avec une erreur moyenne de 0,001. Un niveau spécial se fixant à la lunette, permet de faire un nivellement de précision avec autant de facilité et d'exactitude que si l'on faisait usage d'un niveau à fiole indépendante.

Longi-altimètre Sanguet

Inventé, construit et expérimenté en 1879, le Longi-altimètre (fig.117) a l'aspect et les organes d'un tachéomètre ordinaire : cercle horizontal, cercle vertical, lunette plongeante munie d'un réticule à plusieurs fils parallèles, déclinatoire, pinces, vis de rappel, niveau, etc....

Mais il en diffère considérablement quant aux résultats qu'il fournit, car il donne directement et sans calcul les distances et les différences de niveau.

Au point de vue de sa construction, il diffère du tachéomètre ordinaire et du théodolite par la forme et la position des tourillons définissant l'axe de rotation de la lunette.

En effet la lunette est bien maintenue dans un manchon portant deux bras horizontaux (dont l'un sert d'axe au cercle vertical) ; mais ces deux bras au lieu de se terminer chacun par un petit cylindre engagé dans un palier fixe, se terminent par deux sphères emprisonnées dans des coquilles de même forme creusées aux extrêmités supérieures de deux leviers verticaux.

Chaque levier peut se mouvoir dans son plan vertical pivotant autour d'un axe horizontal implanté dans l'un des montants qui, d'ordinaire, supportent la lunette ; mais l'amplitude de ce mouvement est réglée par des vis de butée placées à la base de ces montants.

Le levier de gauche B est rectiligne et du premier genre ; tandis que celui de droite B', coudé à angle droit, est du deuxième genre.

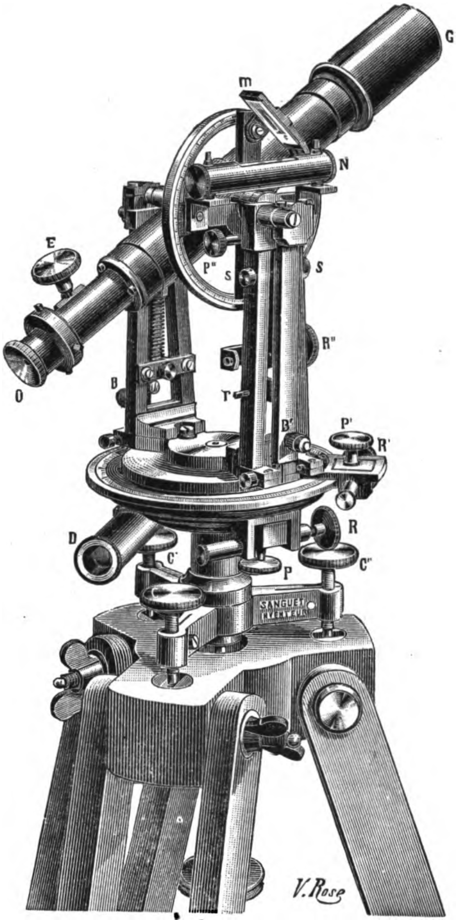


fig. 117

Pour la mesure des distances, on fait basculer le levier B, on modifie ainsi l'azimut du plan de visée d'un angle constant, de telle sorte que le fil vertical du réticule coupe une mire horizontale en deux points différents. Soient TT_1, TT_2 ; $L_1 L_1$, $L_2 L_2$ (fig. 118) deux positions successives des tourillons et de la lunette ; D_1, D_2 deux distances d'une mire horizontale à partir du centre de l'instrument;

on a immédiatement $\frac{MN}{D_1} = \frac{PQ}{D_2}$; si les deux positions extrêmes

du levier sont fixées invariablement, le rapport $\frac{MN}{D_1}$ est un véritable coefficient diastimométrique k et la distance horizontale $D_2 = D$

est donnée par la rélation $D = \frac{PQ}{k} = \frac{n}{k}$ (*n* nombre de divisions interceptées entre les deux positions successives de l'axe optique de la lunette).

Pour la mesure des hauteurs on pousse en avant le second levier B' ; l'extrêmité correspondante de l'axe de rotation de la lunette se soulève de façon à lui donner une inclinaison sur l'horizontale,. sa position naturelle. On obtient ainsi un plan de visée oblique formant avec le plan de visée vertical ou normal, deux angles dièdres opposés, dont l'arête commune est horizontale ; ces deux plans de visée coupent la mire horizontale en deux points différents. On a ainsi ;

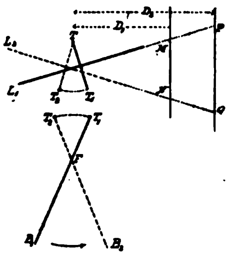


fig. 118

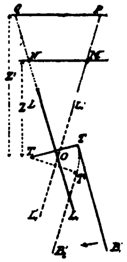


fig. 119

d'après la fig. 119 relative au déplacement du levier B' pour la mesure des hauteurs, $\frac{MN}{Z} = \frac{PQ}{Z'}$ et pour les mêmes considérations ci-dessus, on peut écrire :

$Z = \frac{PQ}{k} = \frac{h}{k}$ (h longueur de mire comprise entre les deux visées déterminées par le déclanchement du second levier).

Le coefficient diastimométrique et celui des hauteurs est de 1/100, de telle sorte que la mire peut toujours être considérée comme une échelle dont chaque division représente 1 mètre, soit de distance, soit de différence de niveau.

VII

PHOTOGRAMMÉTRIE

La photographie fixe avec rapidité et fidélité les images. La durée de ces représentations est illimitée. Il était donc naturel de tenter l'application de la photographie à la topographie.

D'après M. Laussédat, qui peut être considéré comme le fondateur de la photogrammétrie, l'idée même de cette application remonte à la publication de la découverte de Daguerre, car elle se trouvait indiquée dans les rapports d'Arago et de Gay-Lussac, mais sa réalisation présentait alors de nombreuses et sérieuses difficultés que les progrès de l'optique et de la photographie ont permis de surmonter complètement les unes après les autres. De nos jours, cette méthode s'est répandue, comme la photographie elle-même, dans le monde entier, si bien que la bibliographie de cette branche de lever les plans comprend déjà des centaines de brochures et même d'ouvrages d'un intérêt souvent considérable, écrits dans presque toutes les langues. On fait, en effet, de la métrophotographie depuis le Spitzberg à la Nouvelle-Zélande, dans une grande partie de l'Europe, dans les explorations de l'Afrique et de l'Extrême-Orient, dans les deux Amériques, en Australie.

En Europe, on doit signaler, en particulier, parmi les plus anciens et les meilleurs, les travaux cartographiques effectués en Italie et en Autriche-Hongrie; en Allemagne, indépendamment des essais plus ou moins heureux de plusieurs explorateurs et des reconnaissances tentées pendant la guerre de 1870 devant Strasbourg et devant Paris, il y a lieu de citer à part, la création d'un Institut photogrammétrique dont le siège est à Berlin et qui est consacré spécialement à la restitution des plans et des élévations géométrales des monuments de la Prusse et des pays annexés d'après leurs photographies prises dans des conditions convenables.

Mais le pays où la métrophotographie a été cultivée jusqu'à présent avec le plus de suite et de succès est le Canada. M. Laussédat a présenté à l'Académie, entre autres, un spécimen de cartes au $\frac{1}{80000}$ concernant une étude d'un district du pied des Montagnes Rocheuses à la latitude moyenne de 50°, ayant pour but la recherche des moyens de fertiliser la contrée. Pour faire cette étude, on a procédé en faisant des triangulations dont les sommets sont à la fois des repères pour la planimétrie et pour le nivellement, puis en prenant de nombreuses photographies de ces sommets comme stations et d'autres points rattachés à ces sommets, choisis de manière à bien découvrir les fonds de vallées. On a complété l'étude du terrain en multipliant encore le nombre de photographies où il fallait exécuter les détails à une plus grande échelle et en faisant des nivellements et d'autres opérations topographiques supplémentaires.

Une des dernières applications du procédé photographique au lever des plans a été faite par M. Arnold Peuther, naturaliste autrichien, qui a, au cours d'un voyage en Asie-Mineure, entrepris de lever la carte du massif du Mont Argée qui domine la Capadoce. Deux mois lui ont suffi pour tirer toutes les photographies, qui, rapportées à l'Institut cartographique de Vienne, ont permis de tracer la carte d'une région accidentée, offrant une superficie de 600 km². Les photographies sont au nombre de 271.

La planimétrie obtenue par le procédé photogrammétrique est basée sur le principe des intersections graphiques.

Détermination des points. — Soient V (fig. 120) le centre optique de l'objectif d'une chambre photographique, *mn* le plan sensible placé à la distance focale, les rayons *VA*, VB, VP, qui partent des points A.B, P.. du terrain à lever tombent sur des points *a*, *b*, *p*, du plan *mn*. Sur ce plan on obtient donc une perspective géométrique des images intérieures ; V est le point de vue.

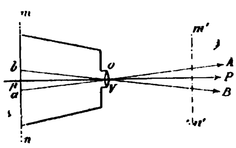


fig. 120

Si V*p* est perpendiculaire au plan *mn*, *p* est le point principal de la perspective et V*p*=*f*, la distance focale de l'objectif.

Sur le plan *mn* vertical, supposons tracés les deux axes de la perspective XX, YY (fig. 121) perpendiculaires entre eux et passant par le point principal *p*.

L'axe XX, horizontal, constitue la ligne d'horizon du plan respectif. Tous les points qui nous intéressent sont rapportés au moyen des coordonnées rectangulaires aux deux axes orthogonaux, XX, YY.

Si, entre l'objectif O et le terrain à lever, on interpose un plan *m'n'* parallèle à *mn* et distant du centre optique de *f*, sur ce plan *m'n'* viendra se projeter une perspective semblable à celle du plan *mn*, mais renversée.

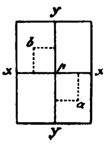


fig. 121

Nous pouvons déduire de cette dernière figure les principes généraux appliqués aux levers photogrammétriques.

Soient (fig. 122) X, Y les deux axes orthogonaux, V le point de vue ; *a* est l'image photographique sur le plan *mn* du point A extérieur; $x = p\,a'$, $y = pa''$ les coordonnées du point *a*.

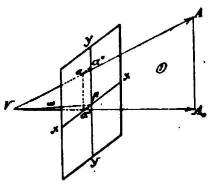


fig. 122

Transportons ces données sur un plan.

Soient S_1' (fig. 123) le point de station que, pour le moment, nous supposons coïncider avec V ; Si, à partir de ce point S_1' nous prenons sur une droite passant par ce même point et orientée sur une direction de repère comme une longueur $S'_1p'_1 = f_1$ et sur la perpendiculaire m_1n_1 passant par p'_1 une longueur $a_1'\ p_1 = x$, la ligne $S'_1\ a'_1$ est évidemment la trace du plan vertical VAA_0 (fig. 122) et sur le prolongement de cette ligne $S'_1\ a'_1$ se trouve l'image A' du point A.

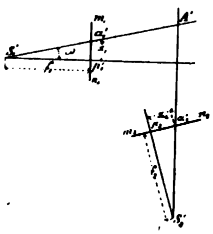


fig. 123

L'angle ω des deux plans verticaux VAA_0 et V*yy* est ainsi identifié sur le dessin.

Il reste à déterminer la position du point A'.

A cet effet, on exécute les mêmes opérations graphiques avec les données relevées sur un autre point de station, par exemple S'_2. Sur la ligne $S'_2\ a'_2$, obtenue en faisant $S'_2p_2 = f_2$, $p_2\ a'_2 = x_2$, doit se trouver l'image du point A. Le point A' reste ainsi déterminé dans l'intersection des deux lignes $S'_1\ a'_1$, $S'_2\ a'_2$.

Détermination de la côte de niveau H. — Tous les points dont les images tombent sur l'axe des X ont la même côte que l'axe X, autrement dit, du centre de l'objectif, et la distance horizontale D qui sépare le point A (fig. 123) du point de station est égale à $S'_1A' = VA_0$

Or, les triangles VAA_0, V*aa'* nous donnent :

$$\frac{AA_0}{aa'} = \frac{VA_0}{Va'}$$

Dans cette équation, $AA_0 = H$ est la différence de niveau entre le point A et le centre V de l'objectif, $aa' = y$ est l'ordonnée de l'image *a* par

rapport aux axes de la perspective ; $VA_0 = D$ est la distance déduite graphiquement ; $Va' = S'_1\ a'_1 = i =$ hypoténuse du triangle rectangle $S'\ p'\ a'_1$ que l'on peut mesurer directement, donc ;

$$H = \frac{y}{i} D$$

que nous pouvons écrire sous d'autres formes :

Dans le triangle $S'_1 p'_1 a'_1$, on a :

$$i = S'_1\ a'_1 = \sqrt{f_1^2 + x_1^2} = \frac{f_1}{\cos \omega}$$

par conséquent :

$$H = \frac{y}{\sqrt{f_1^2 + x_1^2}} D$$

$$\text{ou} \qquad H = \frac{y}{f_1} D \cos \omega$$

Sous quelque forme que l'on évalue la valeur de H, on peut déterminer l'angle ω graphiquement sur le dessin ou numériquement à l'aide de la formule :

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{x_1}{f_1}$$

Voici exposé en abrégé le principe fondamental sur lequel repose toute la photogrammétrie. Passons maintenant à l'instrument employé dans ce genre d'opérations.

Le Tachéomètre photographique.— Le Tachéomètre photographique (fig. 124) n'est autre chose qu'un tachéomètre ordinaire auquel on a ajouté un organe complémentaire : la chambre photographique. Le modèle représenté par la figure est de la maison Salmoiraghi de Milan. Il comporte :

1. Le cercle azimutal muni de la nivelle L et de 2 verniers pour les lectures des angles.
2. Les deux montants *m* fixés sur l'alidade servant d'appui aux tourillons de la lunette.
3. La lunette.
4. La chambre photographique C placée entre les 2 supports *m*.
5. Le cercle zénital muni de la nivelle *l*.

La lunette non anallatique est munie d'un réticule composé d'un fil vertical et de trois fils horizontaux équidistants. L'angle stadimométrique est 1/100. La constante additionnelle est de 0^m35.

L' est une nivelle mobile qui repose au moyen de deux fourches sur deux anneaux rigoureusement cylindriques enveloppant le tube de la lunette.

v_1 v_2 vis d'arrêt de l'alidade et de la lunette.
w_1 w_2 vis de réglage de l'origine des mesures zénitales.

Les deux cercles sont munis de graduation sur argent et de deux verniers diamétralement opposés ; chaque degré est divisé en 3 parties. La lecture donneles 30″.

La Chambre photographique se compose d'un objectif O ayant la distance focale de 0^m16 environ de la bobine P pour le placement de cet objectif.

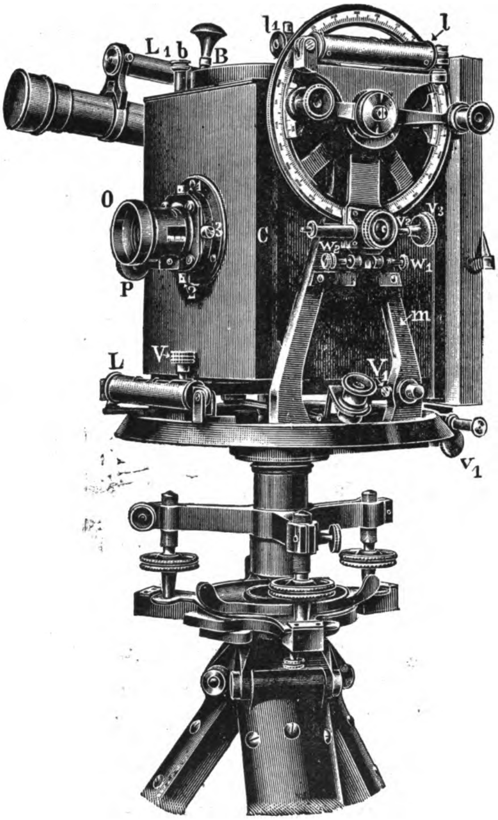


fig. 124

L'objectif est pourvu de trois diaphragmes de m/m 5, 8, 12. Le réglage est obtenu à l'aide de vis 1 2. 3. 4. La chambre photographique s'appuie indirectement sur le plateau de l'alidade, par interposition d'un chassis métallique tournant autour d'un axe horizontal, de manière que l'on peut, à l'aide d'une vis V, rendre vertical le plan de la perspective.

Le parallélisme de l'axe optique de la chambre photographique et de l'axe optique de la lunette est obtenu à l'aide de deux vis à contraste V_1 et l'autre symétrique du côté opposé.

Les autres accessoires sont identiques à ceux des appareils ordinaires. Seulement, ici le verre dépoli est muni d'une trame réticulaire dont deux traits centraux constituent les axes des coordonnées de la perspective. On peut facilement distinguer ces deux axes car ils sont accompagnés d'autres traits latéraux qui les mettent en évidence.

Remarque sur les axes des coordonnées. — La position des deux axes du verre dépoli, une fois déterminée, il reste à savoir comment on va fixer, sans produire aucun déplacement appréciable, la position de ces mêmes axes sur la plaque sensible après l'enlèvement du verre dépoli. On pourrait matérialiser ces deux axes au moyen de deux fils capillaires en argent ou en platine, tendus dans un chassis et de manière qu'une fois réglés au moyen de vis spéciales, leur position respective sur le verre dépoli, leur trace reste bien nette sur la plaque sensible, après la pose et le développement de la négative. Mais l'emploi de ces deux fils présente une sérieuse difficulté ; quand ils cassent, ce qui arrive bien facilement, on a de la peine à les remplacer. Ainsi, M. Salmoiraghi a évité cet inconvénient en employant un chassis métallique placé tout près du plan focal et dans l'intérieur de la chambre obscure. Sur ce chassis sont fixés (fig. 125) de petites feuilles métalliques qui présentent des angles recoupés dont les sommets correspondent deux à deux aux extrémités des deux axes rectangulaires de la perspective. Après le tirage, la plaque sensible se présente comme sur la fig. 126 et il sera facile de tracer au moyen d'une aiguille les deux axes joignant les sommets des 4 triangles. Les boutons *bb* servent à ôter ces appendices métalliques et à faciliter l'introduction des chassis.

fig. 125

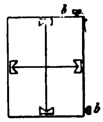
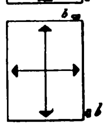


fig. 126



OPÉRATIONS DE RÉGLAGE

Ces opérations sont identiques à celles déja décrites à propos des tachéomètres Porro. Nous allons les résumer en y ajoutant celles qui ont trait plus directement avec l'appareil qui nous occupe.

Verticalité de l'axe de l'instrument, vérification et réglage de la nivelle. — Pour que le réglage soit rapide il importe de faire tourner la nivelle de 180° exactement autour de l'axe principal de l'instrument en amenant le zéro du vernier de l'alidade en coïncidence avec une division chiffrée du limbe horizontal, puis on fait tourner l'alidade de manière à lire sur le limbe $l + 180°$, quand l est plus petit que 180°, ou $l - 180°$ si l est plus grand 180°.

Vérification et réglage de la nivelle L_1 de la lunette. — La nivelle L_1 étant indépendante, ces opérations de réglage reposent uniquement sur l'exactitude rigoureuse des colliers sur lesquels elle s'appuye. On rend d'abord à peu près horizontale la lunette que l'on fixe au moyen de la vis v_2 : on centre ensuite la bulle entre ses repères au moyen de la vis v_3. On retourne la nivelle sur les colliers et on corrige, s'il y a lieu, la différence, moitié avec la vis v_3 et moitié par les vis propres de la lunette.

Horizontalité de l'axe de rotation de la lunette. — Cette opération suppose la parfaite perpendicularité de l'axe optique de la lunette à son axe de rotation. Après avoir assuré aussi exactement que possible la verticalité de l'axe principal en procédant au calage, on dirige la lunette vers un long fil à plomb à une dizaine de mètres de distance ou vers l'angle d'un édifice dont on a, au préalable, vérifié la verticalité : on amène la croisée des fils sur un point de la ligne verticale observée et on fait basculer la lunette autour de son axe de rotation : la croisée ne doit pas s'écarter de cette verticale. Dans le cas contraire, on procède à la rectification nécessaire en agissant dans le sens convenable sur le dispositif de réglage, représenté par la fig. 127.

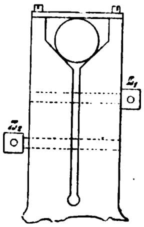


fig. 127

Perpendicularité de l'axe optique de la lunette sur son axe de rotation. — Avec la lunette à peu près horizontale, on vise un point a (fig. 128) marqué sur un mur ; on lit les angles des 2 verniers sur le cercle azimutal et on fait la moyenne des deux lectures. On imprime ensuite un demi-tour à l'axe principal de l'instrument jusqu'à ce que les deux verniers reprennent exactement la position primitive, on retourne la lunette sens dessus dessous et on marque sur le mur la deuxième position a' visée par la croisée des fils du réticule. La distance aa' doit être égale au double de l'excentricité ; dans notre cas, 2×107^{mm} si la perpendicularité existe. Dans le cas contraire, au moyen des vis 1. 2. 3. 4 (fig. 129) on déplace, comme dans le cleps, la position du réticule jusqu'à ce que la distance entre les deux autres positions successives visées, par exemple bb', soit égale au double de l'excentricité de l'instrument.

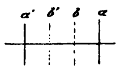


fig. 128

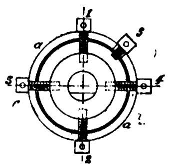


fig 129

On peut même faire usage pour cette vérification d'une mire parlante placée horizontalement.

Réglage de la position des fils du réticule. — Il suffit de viser un fil à plomb, en basculant la lunette: le fil vertical du réticule doit couvrir le fil à plomb dans toutes les positions de la lunette. Les corrections éventuelles s'opèrent à l'aide des vis 1, 2, 5.

La nivelle L_1 étant centrée, vérifier l'horizontalité de l'axe optique de la lunette. — Il suffit de faire une première lecture sur une stadia, lunette à droite et une deuxième lecture, lunette à gauche. Si les deux côtes ne coïncident pas, on doit déplacer verticalement le réticule au moyen des vis en regard 1, 2.

Réglage du cercle zénital. — La nivelle L_1 centrée, l'axe optique de la lunette, horizontal, les deux verniers du cercle zénital doivent marquer 0° — 180°. S'il n'en est pas ainsi, on fait le réglage au moyen de vis W_1 W_2.

Réglage de la chambre photographique.— Les opérations de réglage de la chambre photographique sont aussi simples que celles du tachéomètre. Il faut d'abord vérifier l'horizontalité de l'axe X. A cet effet, après avoir mis au point le chassis du verre dépoli, on vise un point extérieur sur lequel tombe exactement l'axe X. On fait ensuite tourner avec la main et au moyen de la vis de rappel l'instrument autour de son axe vertical. Dans les différentes positions de l'appareil, la ligne X sera horizontale si elle couvre le point visé. Dans le cas contraire, au moyen des vis dont le chassis est muni, on rectifie la position du verre dépoli.

Nous admettons naturellement que l'axe Y, par construction, soit perpendiculaire à l'axe X ce que l'on peut constater au début de l'opération et une fois pour toutes au moyen du fil à plomb, ainsi que nous l'avons indiqué précédemment.

D'après la position définitivement réglée des deux axes X, Y sur le verre dépoli, on rectifie, s'il y a lieu, au moyens des boutons *bb* la position des 4 appendices fixés deux à deux en regard sur le chassis et qui sont destinés à individualiser sur la plaque sensible les mêmes axes.

Perpendicularité de l'axe optique de la chambre obscure sur le plan de la perspective.—L'appareil décrit réalise au plus haut degré de perfection cette condition de perpendicularité. Toutefois, comme dans les opérations de campagne, de multiples

causes peuvent dérégler l'appareil, il convient que l'opérateur se rende bien compte de l'importance de l'erreur de cette nature et soit dans la condition d'y remédier.

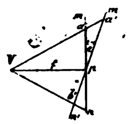


fig.130

Supposons la condition ci-dessus réalisée et soient (fig. 130) *mn*, V*p* respectivement le plan de la perspective et l'axe optique de la machine. D'après les principes généraux, la position d'un point *a* (image du point A du paysage à lever) est déterminée par l'équation :

$$x = pa = f \text{tg}\, \omega, \quad (f \text{ étant égal à } Vp.)$$

Si *mn* est incliné par rapport à V*p* et occupe, par exemple, la position *m'n'*, la valeur de x, qui détermine la position de l'image A est la suivante :

$$a'p = f \frac{\sin \omega}{\sin (90^\circ - \omega - e)} = f \frac{\sin \omega}{\cos (\omega + e)}$$

et ω aura une valeur ω_o différente de la précédente, c'est-à-dire :

$$\text{tg}\omega_o = \frac{a'p}{f} = \frac{\sin \omega}{\cos (\omega + e)}$$

Exemple :

Soient $\omega = 20^\circ$, $e = 15'$ (correspondant à un déplacement de mm. 0,7 du centre de l'objectif), on a :

$$\text{tg}\, \omega_o = \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ\, 15'}, \text{ d'où } \omega_o = 20^\circ 2'$$

ce qui représente, à vrai dire, une erreur très sensible en ce qui concerne la planimétrie.

Quant à la côte de niveau, remarquons que :

$$E = a'p - ap = f\,(\text{tg}\, \omega_o - \text{tg}\, \omega)$$

et portant les données ci-dessus et la valeur de f qui dans notre appareil est égale à m/m 160, on a :

$$E = \text{mm. } 0{,}09$$

c'est-à-dire à peu près un dixième de m/m sur la longueur de *ap* qui

est égal à 60 $^m/_m$ environ.

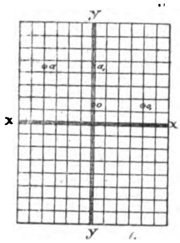


fig. 131

L'erreur relative est donc de 1/600.

Même résultat si nous considérons les coordonnées au lieu des abscisses. Par suite, la côte de niveau résultant de la formule $\frac{AAo}{aa'} = \frac{VAo}{Va'}$ (fig. 122) est entachée de la même erreur de 1/600, qui est assez considérable.

Il est donc essentiel de rectifier la perpendicularité du plan perspectif avec l'axe optique de la chambre obscure. A cet effet, on opère simplement de la manière suivante : On vise un point o, (fig131) au-dessus de l'axe X mais qui soit traversé par l'axe Y, et un autre point a de position bien déterminée par rapport à l'axe Y. On fait tourner ensuite l'alidade dans le sens opportun (dans notre cas, de droite à gauche) jusqu'à ce que le point a tombe sur l'axe Y, en a_1. Si le plan de perspective est perpendiculaire à l'axe optique, le point o a dû être déplacé de la quantité $oo_1 = aa_1$ et la position de o_1 doit être exactement symétrique à la position de a, ce qui est facile à constater, grâce au quadrillé dont le plan du verre dépoli est pourvu.

Si, dans le cas contraire, les positions symétriques des points a et o ne sont pas exactement définies, il suffit, pour rectifier, de déplacer dans le sens convenable le centre de l'objectif au moyen des vis 1, 2, 3, 4, ou bien l'origine des deux axes.

Verticalité du plan de la perspective. — La perpendicularité de l'axe optique de la chambre obscure et du plan de la perspective une fois établie, le plan de la perspective est vertical quand l'axe optique est horizontal. A cet effet, la nivelle L_1 bien centrée, on vise avec la lunette un point bien visible du paysage et au moyen de la vis V, on déplace la chambre obscure jusqu'à ce que le même point tombe sur l'axe X. Pour que la condition ci-dessus soit constamment contrôlable, pendant toute la durée des opérations, on règle la parfaite horizontalité de la nivelle placée au dessus de la chambre obscure.

Parallélisme de l'axe optique de la chambre obscure et du plan décrit par l'axe optique de la lunette. — On vise avec la lunette un point assez éloigné pour que l'erreur de l'excentricité de l'instrument soit négligeable. Si le parallélisme existe, l'image du point visé doit tomber sur l'axe Y de la chambre obscure. Dans le cas contraire on fait le réglage au moyen des vis V_1, V_2, en ayant bien soin de rétablir l'horizontalité de l'axe optique de la chambre (éventuellement déréglée par le mouvement de

ces deux vis V_1 V_2) à l'aide de la vis V jusqu'à ce que la bulle de la nivelle l_1 rentre dans ses repères.

Coïncidence du plan sensible de la plaque photographique avec le plan de l'image du verre dépoli. — Si l'on constate que des différences sont assez sensibles, à ne pas pouvoir les tolérer, on en prend note pour opérer le réglage et l'on déplace dans le sens convenable l'objectif au moment où l'on fait la pose. A cet effet, le tube porte-objectif glissant est muni d'une échelle millimétrique et d'un vernier à 1/10 de millimètre près.

Détermination de la distance focale de l'objectif. (fig. 132.) — Comme on a pu remarquer, la valeur f de la distance focale figure dans toutes les expressions algébriques que nous avons citées. Il est donc essentiel d'en rechercher la valeur exacte à introduire dans ces formules pour leur évaluation. A cet effet, l'appareil réglé en tout point, on vise avec la chambre deux points éloignés du paysage et tels que l'image de l'un tombe exactement sur l'axe YY et l'image de l'autre sur l'une des lignes du quadrillé, mais assez écartée de l'axe YY afin que son abscisse soit la plus grande possible. Il ne reste qu'à appliquer la formule $f = \frac{x}{\text{tg}\,\omega}$, dans laquelle ω est déterminé au moyen de la lunette.

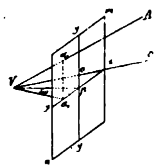


fig. 132

On répète plusieurs fois l'opération. La moyenne des résultats donne une valeur très approchée de f. Il est prudent, pour éviter les effets des déréglages éventuels de l'appareil, d'effectuer la détermination de f dans chaque station. On peut aussi d'après M. l'ing. Paganini, appliquer la formule :

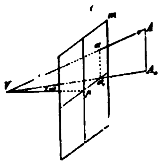


fig. 133

$$f = Va_1 \cos \omega = \frac{Dy}{H} \cos \omega \qquad \text{(fig. 133)}$$

dans laquelle $D = VA_0$ et $H = AA_0$; $y = aa_1$ est mesurée directement; ω est l'angle azimutal.

On suppose dans ce cas que la position du point A ait été déterminée au préalable, comme faisant partie, par exemple, d'un réseau de triangles.

Correction de l'erreur due à l'excentricité du viseur. — On note d'abord l'azimut répondant à une première visée faite

sur le signal avec le viseur à droite ; on fait tourner l'instrument de manière à amener le viseur à gauche ; on pointe de nouveau le signal et on fait une nouvelle lecture. La moyenne de la première lecture et de la seconde, préalablement augmentée ou diminuée de 180° ou de 200°, est indépendante de l'excentricité du viseur.

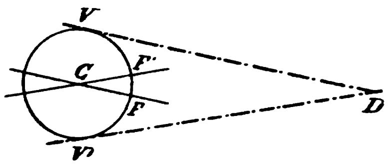


fig.134

En effet,(fig.134)la première lecture représente l'azimut de la ligne CF parallèle à VD ; lorsque, après rotation,le viseur est à gauche,la visée est dirigée suivant V'D et la ligne de foi est venue se placer dans une direction CF' symétrique de CF, par rapport à CD, car les deux angles en D sont égaux et l'on a :

$$FCD = CDV \quad \text{et} \quad F'CD = CDV'$$

comme angles alternes-internes, d'où, par suite :

$$FCD = F'CD$$

La moyenne des azimuts de deux directions CF et CF' est donc égale à l'azimut cherché de CD.

Quand on ne compense pas l'erreur d'excentricité du viseur par l'une des méthodes précédentes, il convient de placer le viseur toujours du même côté pour toutes les observations.

Les erreurs sont ainsi de même signe et se détruisent en partie dans les différences d'azimuts.

Quand, d'une même station, on doit observer plusieurs signaux, on vise successivement chacun d'eux, en faisant décrire à l'alidade un tour complet d'horizon, d'abord avec la lunette à droite ; puis on recommence toutes les observations, avec la lunette à gauche et en tournant en sens inverse.

OPÉRATIONS DE CAMPAGNE

Pour que le lever au tachéomètre photographique soit comparable aux levers exécutés avec d'autres instruments de précision, il faut avoir établi d'avance, non seulement une triangulation, sur le territoire à lever, au moyen de triangles disposés en réseau ou en chaîne mais les positions des stations secondaires ou de rattachements. Il ne reste plus alors qu'à faire des stations successivement dans les sommets de chaque triangle et procéder de la manière suivante :

1° On met en station le tachéomètre et on exécute les opérations de réglage de la manière que nous avons dit, ayant bien soin surtout d'obtenir l'exacte verticalité de l'axe principal de l'instrument

ainsi que du plan prospectif.

2° On oriente ensuite la perspective. Supposons S_1 S_2 deux points successifs de la polygonale ; on peut orienter l'appareil, soit par rapport à l'alignement S_1 S_2, à défaut d'autres points, soit par rapport à des points différents définis, N, A, M,... (fig. 135). Dans tous les cas, une fois l'instrument orienté, on fait la lecture de l'angle azimutal au moyen des deux verniers et on enregistre l'angle moyen L. A cet effet, on vise, avec la lunette, ou avec la chambre un même point, dont l'image tombe exactement sur l'axe des Y. On prend note de ce point spécial et on marque la

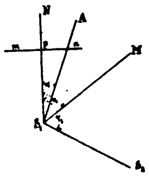


fig.135

valeur de l'angle moyen azimutal L_1. La différence $L—L_1$ est l'angle d'orientement qui peut correspondre suivant les cas à α, α_1, α_2.

3° On détermine la valeur de la longueur.

4° On vérifie, au moyen des boutons *b*, *b*, et on rectifie la coïncidence des axes gravés sur la glace dépolie avec les sommets des quatre appendices V.

5° On exécute enfin les photographies dans l'ordre suivant : *a*) Placement du diaphragme d'après le degré d'éclairage ; de préférence celui de 5 m/m. — *b*) Placement de l'obturateur. — *c*) Déplacement des quatre V pour faciliter l'introduction et l'enlèvement des chassis. — *d*) Substitution du chassis des plaques sensibles au quadrant à glace dépolie. — *e*) Ouverture du chassis. — *f*) Manœuvre des boutons *bb* pour que les quatre V reprennent contact avec la surface sensible des plaques. — *g*) Tirage photographique. — h) Enlèvement des V au moyen des boutons *bb*. — Fermeture du chassis et retournement pour préparer le deuxième tirage.

6° A chaque station, on exécute des levers photographiques en nombre tel qu'une perspective et la suivante possèdent des zones en commun. Dans ces conditions, l'exactitude des plans est garantie par un double moyen de contrôle. Dans ce but, les levers sont effectués par tour d'horizon, de manière que l'angle formé entre deux positions successives des axes optiques de la chambre obscure soit égale à 1/8 ou 1/20 de 4 angles droits. En ce qui concerne l'appareil qui nous occupe, la graduation du cercle azimutal étant de 360°, l'angle formé par deux positions successives peut être de 45° ou de 36°.

OPÉRATIONS GRAPHIQUES

Il s'agit simplement de traduire en dessin topographique les opérations exécutées sur le terrain. A cet effet, sur la feuille à dessin où l'on a tracé au préalable le réseau trigonométrique et les polygo-

nales de cheminement, soient S'_1, S'_2 deux points successifs de station: Si N est le point choisi pour l'orientement S'_1N' est la ligne d'orientement. Si le plan est orienté par rapport à d'autres points A, M, ... S'_2, on trace la ligne S'_1O, qui fait avec les droites S'_1A', S'_1M'...$S'_1S'_2$ respectivement les angles relevés α, α_1, α_2. — Les perspectives suivantes sont tracées de manière que leur orientement, par ex. S'_1O', S'_1O''... forment les angles β', β''.... égaux respectivement à 36°, 2 × 36°, ... jusqu'à compléter le tour d'horizon.

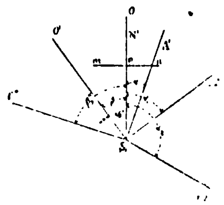


fig. 136

Sur la $S_1'O$, à partir du point A on prend $S'_1p = f$ (préalablement calculé et on trace *mn*, la trace du plan de la perspective. A droite et à gauche, du point *p* on reporte successivement sur *mn* la valeur des abscisses correspondant à tous les points qui nous intéressent. On passe ensuite au point S'_2 et on exécute identiquement les mêmes opérations qui s'y rapportent. Les points d'intersection des droites correspondantes nous fournissent tous les éléments du lever planimétrique.

On obtient les valeurs des abscisses au moyen d'un double décimètre millimétré ou d'une glace quadrillée au millimètre, soit sur les copies des négatives, avant de les coller sur un carton, soit directement sur les négatives mêmes, en prenant dans ce dernier cas toutes les précautions nécessaires pour ne pas détériorer la pellicule sensibilisée.

Côte de niveau. — La détermination de la côte H de niveau s'obtient au moyen de la formule

$$H = \frac{y}{f} D \cos \omega$$

dans laquelle f est la longueur focale déjà calculée;

y l'ordonnée du point que l'on mesure sur la perspective;

D la distance horizontale que l'on mesure sur le dessin planimétrique : elle correspond à S'_1A' de la figure 123;

ω l'azimut résultant du graphique (fig. 112 et 123) ou que l'on peut évaluer avec plus d'exactitude par la formule

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{x}{f}.$$

Photothéodolite et Phototachéomètre
à Lunette Centrale.

La Maison Morin de Paris construit ses appareils photogramétriques en appliquant a ses théodolites et à ses tachéomètres ordinaires à lunette centrale une chambre noire mobile indépendante.

La figure 137 représente un modèle de récente construction. La chambre noire installée dans la partie supérieure de l'appareil est en alluminium. En raison de la légèreté de ce métal, la superposition de la chambre n'a pas d'influence sur les frottements dûs au mouvement général de l'instrument. L'objectif est monté sur une planchette mobile entre deux coulisses au moyen d'un pignon et d'une crémaillière, ce qui permet de photographier la partie intéressante du terrain.

La détermination de la ligne d'horizon, de la ligne principale, ainsi que des autres éléments nécessaires pour tracer le plan du territoire levé s'effectuent de la même façon que nous venons d'indiquer ci-dessus, l'appareil étant pourvu de tous les accessoires.

L'avantage essentiel de cet instrument est qu'il n'y a pas à se préoccuper des corrections dues à l'excentricité de la lunette. Les opérations de réglage sont en outre considérablement facilitées et diminuées, ce qui évite des pertes de temps.

Lever des plans au moyen de stations aériennes. — M. Laussedat pour répondre aux objections qu'on lui avait présentées, c'est-à-dire que la méthode des perspectives ne pourrait être appliquée avantageusement que dans les pays de montagne, où il est, en effet, plus facile de trouver des points de vue d'où l'on découvre les détails du terrain, propose, quand il s'agit de lever des plans dépourvus de collines ou trop peu accidentés, de se servir des aérostats munis d'appareils photographiques instantanés. A cet effet il expose de la manière suivante ses nouveaux procédés :

» Soit LH (fig. 138) la ligne d'horizon sur un tableau oblique, O le point de vue et M le pied de la perpendiculaire abaissée du point de vue sur la ligne d'horizon. Parallèlement au plan d'horizon et par la ligne de terre LT, faisons passer un plan horizontal qui sera le nouveau tableau ; projetons le point de vue en O′ et prolongeons la verticale OO′ jusqu'à sa rencontre en I avec le plan du tableau oblique.

» La trace MI du plan vertical MOI rencontre la ligne de terre en M′ ; joignons O′ M′ et considérons un rayon visuel OA passant par le point *a* de la perspective et qui rencontre le nouveau tableau horizontal en A_1 ; c'est ce dernier point qu'il s'agit de déterminer.

» Si l'on joint O′A, qui coupe la ligne de terre en *a′* et que l'on

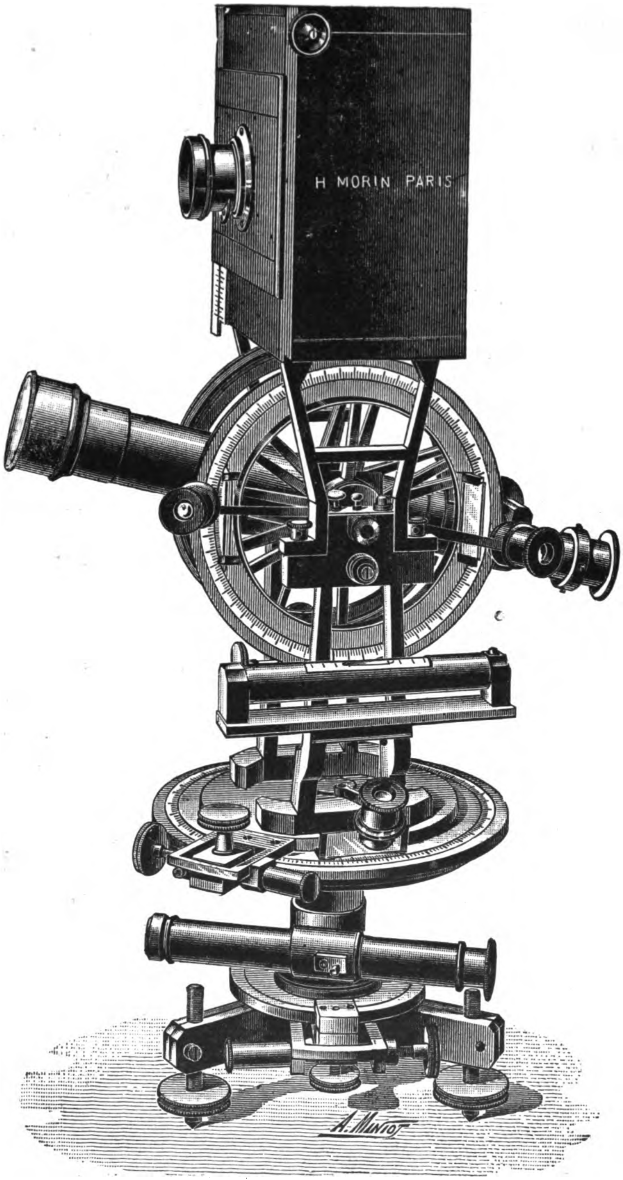


fig. 137

mène par le même point de vue la ligne Oa'' parallèle à $O'a'$, les trois points a'', a et a' seront sur la ligne droite qui passe par le point L.

Si l'on rabat le plan d'horizon autour de LH et le tableau horizontal autour de LT sur le plan du tableau oblique, le point de vue venant en O_r, et sa projection O′ en O'_r, les droites $O_r\ a''$ et $O'_r\ aA_r$ seront parallèles, et, de plus, les trois points O_r, a et A_r seront en ligne droite.

» En effet, les deux triangles dans l'espace $O\,a\,a''$ et $A\,a\,a'$ étant semblables, on a la projection $\frac{Aa'}{Oa''} = \frac{aa'}{aa''}$. Après le rabattement, les lignes $A_r\ a'$ et $O_r\ a''$ n'ayant pas changé de grandeur, on a toujours $\frac{A_r\ a'}{O_r\ a''} = \frac{a\ a'}{a\ a''}$ d'où l'on conclut que les deux triangles tracés sur le tableau oblique $O_r\ a\ a''$ et $a'\ a\ A_r$ sont semblables et que les trois points O_r, a et A_r sont en ligne droite.

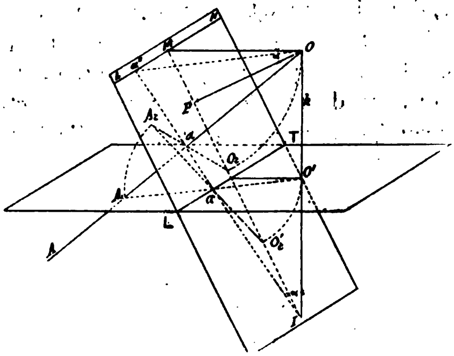


fig.138

»La tranformation des projections obtenues sur des plans obliques à l'horizon se déduit immédiatement de cette remarque, quand on connaît la hauteur du point de vue au-dessus du terrain, la distance du point de vue au tableau et l'inclinaison du plan du tableau sur l'horizon.

» Supposons que l'on doit parvenir à prendre plusieurs photographies d'un même sîte, mais de stations aériennes différentes, soit en ballon, soit à l'aide d'un cerf-volant,pourvu que la localité contienne un cours d'eau ou même des routes à pentes faibles, on parviendra sans peine à déterminer sur chacune d'elles, avec une précision suffisante, un certain nombre de points isolés choisis parmi les plus reconnaissables, comme les extrémités d'une digue, les arches d'un pont au niveau de l'eau, les coudes de la rivière ou de la route, etc.

» Ces points, retrouvés sur 2 photographies au moins, deviendront autant de repères, à l'aide desquels, il sera aisé d'orienter les photographies, l'une par rapport à l'autre, pour les faire concourir simultanément à la construction du plan (et même au nivelle-

ment) par la méthode générale ordinaire. En effet, sur chacune des feuilles qui ont servi à déterminer les repères, la projection du point de vue, c'est-à-dire de la station aérienne, se trouve elle-même rapportée en quelque sorte spontanément. Si donc, sur l'une d'elles, on relève, avec un papier à calquer, trois ou quatre repères (deux suffiraient à la rigueur) et la station, en plaçant ce calque sur l'autre feuille on déterminera immédiatement la position relative des deux stations.

»Nous ne croyons pas avoir besoin d'insister sur ce fait très important et peut être assez inattendu, à savoir que les stations aériennes deviennent ainsi tout à fait indépendantes les unes des autres et qu'il n'est pas nécessaire de se préoccuper d'un moyen de les relier entre elles, comme on relie habituellement les stations terrestres ou marines, par des mesures de distances et d'angles, par des triangulations ou cheminements, opérations à peu près irréalisables, pour le dire en passant, dans la plupart des circonstances supposées.

» L'économie de cette méthode si simple dépend naturellement de la précision des données que les perfectionnements des instruments enregistreurs rendront de plus en plus exactes ; nous la croyons appelée à rendre de grands services à l'art des reconnaissances. »

IX

LEVERS DES PLANS

Généralités. — Le *lever d'un plan* est l'ensemble des opérations ayant pour but de recueillir sur le terrain, les données nécessaires à tracer graphiquement sur le papier une figure semblable, réduite à une échelle déterminée, du territoire proposé.

Les éléments d'un lever sont les points. D'après les principes de Porro, qui n'est pas seulement l'inventeur du tachéomètre, mais aussi de la meilleure méthode de s'en servir, chaque point du terrain est déterminé par ses trois coordonnées ortogonales rapportées à trois axes, correspondant respectivement à la tangente de la méridienne, dans le point choisi comme origine, à la tangente du parallèle passant pour le même point et à la verticale du point visé.

Les deux premières coordonnées concourent à la réalisation de la *planimétrie*, c'est-à-dire à la projection horizontale du territoire à lever. La troisième coordonnée détermine l'*altimétrie*, c'est-à-dire les hauteurs des accidentalités du terrain, par rapport à une surface de comparaison.

Mais le tachéomètre ne donne directement que les *coordonnées polaires* des points visés : *angle azimutal, angle zénital, nombre générateur*, ou distance à réduire ; la détermination des coordonnées rectangulaires ou bien la *transformation des coordonnées polaires en coordonnées rectangulaires*, est une opération que l'on fait d'après les données recueillies sur le terrain.

Triangulations géodésique et topographique. – Lever topographique. — Réseau poligonométrique topographique. — Pour tirer le meilleur parti des méthodes et de l'instrument employé, il faut toujours avoir soin de procéder du grand

leurs chemins de fer et on a été amenés peu à peu à racheter presque toutes les lignes concédées et à confier l'exploitation au gouvernement ; d'autres pays comme la France, l'Autriche, la Suède, le Portugal, la Russie, la Suisse et l'Espagne, ont adopté un système mixte. En Italie, où les chemins de fer appartiennent généralement à l'Etat, ils sont exploités par des compagnies fermières. On peut donc dire qu'aujourd'hui tous les chemins de fer du monde se rattachent à 3 systèmes principaux, savoir : concession temporaire à l'industrie privée sous le contrôle de l'Etat, construction et exploitation par l'Etat, construction par l'Etat et exploitation par des compagnies fermières.

Chacun de ces systèmes a ses avantages et ses inconvénients, et c'est par des considérations tirées de leur situation particulière que les différentes nations se sont décidées pour l'une ou l'autre de ces trois solutions; plusieurs mêmes les ont adoptées successivement, suivant les besoins économiques et financiers du moment, ou simultanément, n'ayant pas soumis toutes les parties du réseau au même système.

Considérations techniques, commerciales, industrielles, statégiques, pour l'établissement d'une ligne de chemin de fer. — Le premier problème qui se présente à l'esprit de l'ingénieur proposé à créer une voie ferrée, est l'étude du tracé. De même que d'un bon tracé dépend presque toujours l'avenir de la ligne, un mauvais tracé peut, au contraire, engendrer de très grandes perturbations dans la distribution des richesses d'un pays, car, si le chemin de fer constitue pour les pays traversés un puissant facteur de l'activité industrielle, les pays voisins, qui en sont privés, sont voués à une infériorité relative. Dans les premières lignes construites on se préocupaient principalement d'étudier le tracé au point de vue technique, mais aujourd'hui, bien d'autres considérations doivent entrer en ligne de compte dans l'étude d'un tracé de chemin de fer. Les nécessités commerciales, industrielles, économiques et parfois mène les nécessités militaires influent sur la direction de la ligne et s'imposent dans certains cas sur les décisions à prendre.

Ce serait impossible d'établir des règles absolues pour le choix d'un tracé : on doit satisfaire des conditions souvent en contradiction et presque inconciliables entre elles pour pouvoir contenter la plupart des intérêts soumis à l'examen ; aussi doit-on dans chaque cas résoudre le problème d'après les données qui lui sont propres. A cet égard, l'expérience de l'ingénieur proposé à l'étude du tracé joue un rôle prépondérant et rien ne peut y suppléer.

Etant donnés les deux points extrêmes à relier, le terrain naturel à traverser ne se prête jamais à l'établissement immédiat d'une

voie de communication : les modifications qu'il doit subir pour être propre à recevoir une voie ferrée sont plus nombreuses et plus complexes que celles nécessitées par l'établissement d'une route ordinaire ; il présente des obstacles de différente nature qu'il faut éviter ou franchir, suivant le cas, au moyen d'ouvrages d'art: ponts, viaducs, tunnels, etc.

Dans le but de diminuer l'importance de ces travaux, et réduire au minimum les dépenses du premier établissement, il faut que la ligne suive, autant que possible, l'allure général du terrain, sans dépasser certaines limites de pente et de courbure, tout en reliant le plus grand nombre de pays intermédiaires.

Au point de vue commercial, les chemins de fer doivent suivre les voies de commerce déjà existantes : on améliore ainsi les conditions d'échange entre les différents centres industriels, déjà initiés, et on évite les déplacements des richesses au profit des uns, au détriment des autres.

Les routes ordinaires déjà existantes, fournissent un moyen d'indication de la direction à suivre, par le nouveau tracé. En effet, la ligne doit se développer autant que possible dans le fond d'une vallée ou à mi-côte, d'après les mêmes principes suivis dans l'établissements de ces routes, sauf à tenir compte des conditions spéciales que l'exploitation de la voie ferrée imposent.

Un tunnel remplace ainsi, par exemple, les longs détours d'une route ordinaire pour franchir une montagne ; on crée des viaducs, des ponts pour traverser des vallées ; on construit des galeries élicoïdales, si le besoin l'exige.

L'importance de la ligne a son influence dans le choix du tracé.

Quand on doit desservir des points d'intérêt international pour lequels des principes d'ordre général s'imposent sur les intérêts locaux, on choisit le tracé le plus court, le plus direct ; il suffit parfois de quelques heures de différence pour déplacer le trafic d'un grand courant commercial.

Dans des lignes d'ordre secondaire, il convient, au contraire, que le tracé touche le plus de localités possible , existant dans le territoire, pour recueillir et relier les sources des mouvements de personnes et de marchandises.

Au point de vue de la défense du territoire, les lignes perpendiculaires à la frontière, se prêtent à l'expédition rapide des troupes, les lignes parallèles sont établies de manière à être protégées par des places fortes contre les éventuels coups de mains de l'ennemi et à assurer le mouvement des troupes nécessitées par la défense. Il appartient à l'autorité militaire de fixer les conditions d'établissement de ces lignes d'ordre spécial.

En dehors de ces considérations d'ordre général, doivent entrer en ligne de compte les conditions de stabilité et de coût de la ligne.

On doit par conséquent éviter les terrains dangereux, faciles aux éboulements ou qui nécessitent des ouvrages considérables de consolidation, les endroits proches des fleuves qui peuvent être attaqués dans les époques de débordement des eaux, les endroits exposés à l'accumulation des neiges ou aux avalanches. Les ouvrages d'art trop coûteux et les tunnels doivent être adoptés seulement quand la nécessité les rend indispensables. Pour la traversée des faîtes, on doit rechercher les cols, c'est-à-dire les points les plus bas, quand on passe en tranchée, et prendre les points où la montagne a la moindre épaisseur, si l'on passe en souterrain ; à la traversée des vallées, il faut choisir les points rétrécis pour éviter d'allonger les ouvrages d'art.

Il y a en outre à considérer des difficultés concernant les conditions dans lesquelles se fera l'exploitation, c'est-à-dire, la nature spéciale du matériel roulant par rapport au profil longitudinal, aux courbes, aux pentes, aux rampes.

Une ligne est d'autant plus importante que le trafic des localités qu'elle dessert est plus élevé. Il est donc essentiel, avant d'établir un choix du tracé, de prévoir le trafic probable de la ligne projetée.

A cet effet, il faut consulter les diverses sources qui peuvent fournir les éléments nécessaires, pour se former une idée approximative de l'importance de production, de ventes, d'exportation des différentes localités que l'on se propose de desservir. Les renseignements puisés directement sur place auprès des autorités, des personnes compétentes : commerçants, producteurs, etc., constituent des indices sérieux, quand ils sont fournis sincèrement ; mais en général, il faut les employer avec prudence, les intérêts personnels ayant presque toujours une fâcheuse influence sur ces renseignements.

Les statistiques officielles sur le mouvement commercial, les rapports des chambres de commerce et surtout un examen du mouvement dans les voies ordinaires de communication existantes, et dans les lignes de chemin de fer placées dans des conditions analogues, constituent, par contre, des éléments bien plus sérieux et sont souvent la meilleure base d'appréciation.

La direction du tracé est donc principalement subordonnée aux conditions du trafic probable de la ligne. On choisit, suivant le cas, un tracé direct relié par des embranchements aux localités intermédiaires laissées de côté, si le trafic des points extrêmes est considérable et de beaucoup supérieur au trafic des localités secondaires; on adopte le tracé indirect, touchant toutes les localités à desservir,

si l'on prévoit que le trafic local a la même importance que celui des localités extrêmes.

Mais, en pratique, ne se réalisent presque jamais ces deux solutions extrêmes ; il y a parfois des centres populeux intermédiaires qui, au point de vue de leur mouvement industriel et commercial, devraient rester en dehors de la zône desservie par la ligne projetée ; mais en réalité on n'oserait pas les laisser de côté, surtout si l'allongement de la voie ferrée se réduit à quelques kilomètres seulement. De même, on peut se permettre un léger écart de la ligne principal pour s'approcher des localités de moindre importance, mais d'un trafic probable relativement important.

Cette latitude dans la détermination de l'allure générale du tracé, au point de vue des localités à toucher, est subordonnée à une autre condition importante du problème, c'est-à-dire aux limites des inclinaisons et des courbes, compatibles avec le matériel roulant d'une part, et les frais d'exploitation d'autre part.

Les fortes pentes et les courbes à court rayon, facilitent beaucoup la construction des voies ferrées ; elles diminuent l'importance des terrassements, permettent d'éviter la construction d'ouvrages d'art coûteux ; par conséquent, les frais de premier établissement sont considérablement réduits, mais en même temps augmentent les frais d'exploitation et la rapidité des transports diminue. Les fortes rampes sont donc à éviter dans les lignes où circulent des express, où le principal avantage est la vitesse.

Les premières lignes, qui suivaient généralement les grandes vallées, étaient établies avec les limites de pente de 5 m/m., et des courbes de 800 à 1000 et exceptionnellement de 500 mètres de rayon. On peut aujourd'hui faire circuler sur les chemins de fer ainsi construits, des trains à grande vitesse et desservant un trafic considérable. Pour les lignes construites plus récemment, dont le trafic est plus modeste, un pareil programme de tracé eût été de luxe et trop coûteux ; on peut admettre des pentes de 12 m/m. et des rayons de 500 m., avec faculté d'aller, pour certains passages difficiles, jusqu'à 15 m/m. et même 20 m/m. et 300 m. de rayon. Dans les pays très accidentés on est allé, en effet, bien au-delà. Nous citerons notamment : les lignes d'accès au tunnel de Saint Gothard, qui ont des rampes de 26 m/m. ; la ligne du Cantal, où on a atteint 30 m/m. ; la traversée de l'Apennin, avec une rampe de 35 m[m. sur 500 m. de longueur ; aux Etats-Unis, le chemin de fer de Richmond à l'Ohio, où la pente atteint 56 m/m. par mètre, etc. Mais il ne faut pas se dissimuler que de pareilles déclivités, jointes à des courbes de faible rayon, rendent l'exploitation très onéreuse.

Les courbes produisent des résistances supplémentaires entre le matériel roulant et les rails, ce qui a pour effet immédiat d'augmen-

ter les frais de traction. D'autre part, les résistances passives augmentent l'usure du matériel roulant, et,par conséquent, les frais d'entretien. Donc, les courbes représentent un accroissement des frais d'exploitation de la ligne.

Les fortes rampes ont le même effet. Si une seule locomotive suffit pour remorquer une charge dans une ligne à profil normal, il en faut deux et même trois, ou l'on doit avoir recours à des moteurs spéciaux, dans les lignes accidentées, pour obtenir le même résultat, ce qui représente une augmentation du prix de traction.

L'usure anormale qui en résulte par l'effet des résistances supplémentaires qu'éprouvent les véhicules et les moteurs employés sur la voie ferrée, augmente, d'autre part, les frais d'entretien.

En outre, les fortes rampes exigent l'emploi de machines plus lourdes et par suite des rails de fort profil, les ruptures d'attelage y sont plus à craindre : les effets des fortes rampes sont plus à redouter si les transports pondéreux se font surtout à la descente ; il convient donc de ne pas disperser les fortes rampes le long de la ligne, mais les concentrer en un petit nombre de points, à proximité des stations où l'on peut établir un service de renfort, pour les franchir au moyen de machines d'allège, tandis que la diminution de la vitesse écarte les dangers dans la descente.

On doit éviter que se succèdent des pentes et rampes différentes, ainsi qu'une pente et une courbe raide, la conduite de la machine ne pouvant pas toujours être réglée suivant les différentes résistances correspondantes.

En général, une rampe ne doit être suivie d'une pente en sens contraire qu'après l'interposition d'un palier d'au moins 100 m. de longueur. De même deux courbes de sens contraire doivent être séparées par un alignement droit de 100 m., pour éviter les effets de changement brusque dans le sens de la force centrifuge.

Les pentes des lignes de grande importance ne doivent pas dépasser 0.003 par mille et les rayons non inférieurs à 300 mètres, mais l'exploitation de ces lignes est très coûteuse.

D'après Verdonnet, sur la ligne de Turin à Gênes, l'exploitation des sections à fortes rampes de 0.028 à 0.035 coûte pour les trains de voyageurs deux fois et pour les trains de marchandises deux fois et demi plus cher que celle des parties à rampes plus faibles de 0 à 0.035. Sur le chemin de fer Saxo-Bavarois, la dépense dans les sections à rampes de 0.025 est estimée à deux fois et demie eelle des sections à rampes de 0.010.

Les pentes, quoique moins défavorables que les rampes, augmentent les frais d'exploitation de la ligne. En effet, pour modérer la vitesse dans les descentes, il faut recourir à l'emploi des freins qui commencent à être indispensables dès que les pentes depassent 0.005 d'inclinaison, c'est-à-dire, quand l'action de la gravité est

supérieure au coefficient de traction en palier. Il s'en suit une augmentation du personnel et une plus grande usure des rails et du matériel roulant.

Etude de reconnaissance. — Avant projet. — Projet définitif. — 1° Une fois établi le tracé joignant les points principaux, d'après les considérations ci-dessus, on passe à l'étude préliminaire du tracé, qui constitue le véritable travail de l'ingénieur et qui présente de grandes difficultés, surtout quand on se trouve en pays montagneux. L'étude préliminaire consiste à fixer sur le terrain l'axe provisoire du tracé. Dans ce but, l'ingénieur chargé de l'étude d'une ligne, muni d'un plan à lignes de niveau de la localité, doit se rendre sur place, parcourir dans tous les sens la zône du territoire par où la ligne pourrait passer, examiner avec soin les vallées, les faîtes, les accidentalités du terrain.

D'après cette reconnaissance sommaire, il pourra concevoir une première solution : en tenant compte des points les plus scabreux, éliminer les ouvrages d'art les plus coûteux, établir le tracé le plus court. Cette première étude éliminatoire l'aura amené à restreindre le nombre de tracés possibles et convenables au point de vue commercial, industriel et constructif. A cet effet, les cartes topographiques à courbes de niveau, si elles existent, prêtent un concours très utile, car on peut fixer sur ces cartes un tracé quelconque compris dans la zône où le tracé définitif doit se développer et déduire le profil longitudinal qui permettra de se renseigner sur les conditions qu'il reste à satisfaire, avant d'arriver à un projet définitif. Des observations sommaires exécutées à l'aide d'un nivellement barométrique ou par des levers au tachéomètre petit modèle sont souvent indispensables pour compléter l'étude de reconnaissance.

Au moyen des données ainsi recueillies on dessine à l'échelle de 1 : 10000, en planimétrie et en profil tous les tracés qui paraissent satisfaire les conditions requises. On examinera ensuite séparément ces différents tracés ; on les compare et on choisit enfin celui qui présente le plus d'avantages et qui semble satisfaire aux diverses conditions techniques du problème, relatives aux pentes, aux courbes, aux terrassements, aux ouvrages d'art, etc.

2° L'avant projet comporte : *a)* l'établissement d'un plan côté de la zone de terrain dans laquelle est compris le tracé provisoire déterminé par des études précédentes ; *b)* la détermination de l'axe définitif du tracé sur ce plan ; *c)* le profil en long et en travers ; *d)* l'évaluation des déblais et remblais ; *e)* les dessins et la description des ouvrages d'art ; *f)* le devis approximatif. — Il est donc essentiel, avant tout, de procéder à un lever d'étude

de la bande de terrain désigné. Dans ce but, on emploie le tachéomètre, l'instrument par excellence, et la méthode par cheminement et rayonnement.

On établit dans le milieu de la zone à parcourir des stations de 200 ou 300 mètres environ l'une de l'autre, de manière que de chacune d'elles on puisse observer la station précédente et la suivante et relever le plus grand nombre le points de détail. Si des obstacles naturels ou la largeur excessive de la zone ne permettent pas de lever des détails aux points extrêmes, on dispose latéralement des stations auxiliaires rattachées à la polygonale principale. Si l'on a en vue des variantes jouissant des mêmes avantages de la ligne principale, on établit une polygonale secondaire, se rattachant également dans leurs extrémités, au cheminement principal. La largeur de la bande relevée est très variable : dans certains endroits, où, pour les conditions spéciales du terrain, le tracé est forcé de suivre une seule ligne, la largeur de la zone peut être de 200 mètres seulement ; dans d'autres parties où l'on prévoit des variantes, elle peut s'étendre jusqu'à 1500 mètres ; une bonne moyenne est de 500 mètres ; mais il n'y a pas de règle fixe à cet égard. Ces opérations, ainsi que toutes les autres opérations concernant les études de reconnaissance, sont les plus délicates et les plus difficiles. Aussi ces études doivent être confiées à des personnes expérimentées, ayant du coup d'œil, la pratique des travaux, la faculté de pouvoir estimer à vue l'importance des ouvrages, les ressources du pays en matériaux, en main d'œuvre, en voies de communication, etc.

A l'aide des données recueillies on dresse le plan à l'échelle de 1 : 5000, sur lequel on étudie plus exactement le meilleur tracé convenable et on arrête sur le plan l'*axe définitif* et tous les autres éléments du dossier que comporte un avant-projet.

3. Après avoir reporté l'axe définitif sur le terrain, à l'aide des jalons, on procède à un lever détaillé d'une bande de terrain de part et d'autre de cette ligne, d'une largeur au moins égale aux emprises des remblais et des déblais ; ordinairemert cette largeur ne dépasse pas 50 mètres pour les chemins de fer. On dresse enfin le projet définitif, c'est-à-dire l'avant-métré de tous les travaux à effectuer pour la construction de la ligne.

En outre des levers expéditifs altimétriques et planimétriques, pour les études de reconnaissance du terrain, le report de l'axe provisoire et de l'axe définitif, il est essentiel, avant d'arrêter le projet définitif, de procéder au nivellement exact du tracé, pour établir, avec la plus grande exactitude, les pentes, les rampes, les rayons des courbes et les autres éléments, appelés à satisfaire les différentes conditions énoncées plus haut.

Parmi toutes les opérations de campagne concernant un tracé de chemin de fer, la plus importante, après le choix du tracé, est le nivellement.

Nivellement. — La hauteur ou le niveau d'un point par rapport à une surface de comparaison, ou la dénivellation d'un point par rapport à un autre, exactement déterminé, peut être effectuée de plusieurs manières :

1° Par la *méthode barométrique,* en employant la formule de Laplace :

$$dN = 18336^{m}\,(1 + 0{,}00265\cos 2L)\left(1 + \frac{2\,(t + t')}{1000}\right)\log\frac{H}{h}$$

dans laquelle H est la hauteur barométrique, t la température de l'air, à la station inférieure, h, t' les mêmes quantités à la station supérieure, L la latitude, d N la différence de niveau cherchée ; ou, pour des différences d'altitude peu considérable la formule simplifiée de Babinet :

$$dN = 16000\left[1 + \frac{2\,(t + t')}{1000}\right]\frac{H-h}{H+h}$$

Quand on emploie le baromètre à mercure, on doit en outre introduire une correction à la formule de Laplace : il faut tenir compte des dilatations du mercure et de l'échelle gravée sur la gaîne en cuivre. Soient T, T′ les températures du baromètre à la station inférieure et supérieure, le terme correctif est $+\ 1^{m}3(T'-T)$.

On peut calculer rapidement les différences de niveau entre deux stations barométriques au moyen des tables de M. Sanguet, dont nous extrayons l'exemple suivant de son important ouvrage sur la topographie :

Observations faites à la station inférieure :

$$H = 722^{mm}6\ ;\ t = 15^{o}2$$

Observations faites à la station supérieure :

$$h = 698^{mm},3\ ;\ t' = 12^{o},0$$

$$H-h = 24^{mm},3\ :\ t-t' = 3^{o},2$$

$$\frac{H+h}{2} = H - \frac{H-h}{2} = 710{,}4 \quad \frac{t+t'}{2} = t - \frac{t-t'}{2} = 13{,}6$$

L'abaque fournit pour différence de niveau correspondante d N = + 289 mètres. L'altitude de la station inférieure étant p. e. 427^m, on en déduit pour l'altitude de la station supérieure 716^m.

L'erreur à craindre par l'emploi de la méthode barométrique, d'après le commandant Lehagre, est de $2^m + 0{,}004dN$, ce qui peut être réduit de 50 °/₀, si l'on réitère toutes les observations en revenant au point de départ et si l'on prend ensuite la moyenne des résultats obtenus à l'aller et au retour ; mais quel que soit le soin apporté aux observations et aux calculs, le nivellement barométrique n'est employé que pour les reconnaissances du terrain, ayant pour but de fixer approximativement la direction générale du tracé et toutes les fois que l'on ne peut avoir recours aux autres méthodes.

2° On peut appliquer le *nivellement trigonométrique*, qui consiste à résoudre un triangle rectangle dont on connaît un côté, c.-à-d. la distance horizontale des deux points considérés et l'angle d'inclinaison de la visée. Dans la fig. 156, soient A, B les points à niveler.

Si avec l'instrument installé en A, on vise un point quelconque C sur une mire placée en B, la différence *d* de niveau est donnée par :

$$d = h + H - T = h + L \cot \varphi - T$$

Cette méthode donne des résultats d'une approximation beaucoup supérieure au nivellement barométrique, mais on ne peut

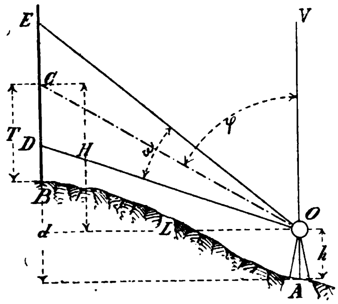


fig. 156

pas le considérer de précision, soit en raison de la réfraction terrestre, dont les lois de variations ne sont pas encore bien con-

nues, soit à cause des erreurs dues à la flexibilité de la lunette, à la distance des points considérés, etc.

En outre le résultat est entaché des erreurs combinées des deux facteurs, distance et tangente: supposons que l'erreur moyenne de la tangente soit $\frac{1}{10000}$, on aurait comme erreur moyenne de *d*, pour une distance de 100 mètres, supposée mesurée exactement :

$$e = 100 \frac{1}{10000} = 0^{m}.01.$$

Si l'on utilise un éclimètre de 0^{m} 10 de diamètre qui donne une erreur moyenne angulaire de 0^{gr} 01 correspondant à $\frac{1}{6000}$ sur la tangente, on obtient $e = 0{,}0016$ à 100 mètres. Avec un niveau de pente comme celui de Chézy, qui donne les inclinaison à $\frac{1}{1000}$ près et pour une distance de 100 mètres, $e = 0^{m}$ 10.

3° L'emploi du tachéomètre dans les opérations de nivellement trigonométrique comporte la méthode de cheminement et de rayonnement, c'est-à-dire qu'au fur et à mesure de l'avancement du travail, on choisit un certain nombre de points A, B... (fig. 157) d'où l'on relève les points intéressants situés à proximité, et de chaque station un point tel que a, b..... relevé par la station précédente, ou qui sera relevé ultérieurement par la station suivante. La série des observations concernant les points de liaison a, b...., des stations, constitue un cheminement que l'on vérifie par fermeture.

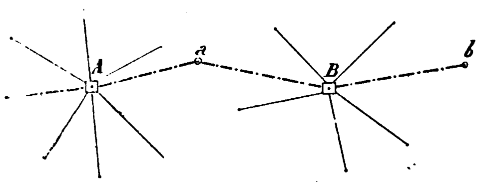


fig. 157

L'écart maximum admissible de fermeture pour une longueur de 10 Km. ne doit pas dépasser ± 45 millimètres environ. On fait la

répartition de cette erreur sur les points intermédiaires proportionnellement aux différences de niveau intermédiaires, si le profil relevé est accidenté, c. à d. s'il porte des pentes supérieures à $\frac{5}{100}$ ou proportionnellement aux distances horizontales des points considérés, si les déclivités sont faibles.

Dans les opérations de nivellement tachéométrique, il faut considérer plusieurs cas :

1er cas : $H > T$. La différence $H - T$ est positive, d est positif. Si $T = 0$ le fil axial pointe le pied de la mire, on obtient le nombre générateur en doublant la lecture et $d=h+H$. Si $H=0$, $\varphi= 100^{gr}$; c'est le cas du nivellement géométrique.

2e cas : $T=H$, le point C coïncide avec B et pour $\varphi=100^{gr}$ on a $T=H=0$ et $d=h$.

3e cas : $T>H$. La différence $H-T$ est négative et

$$d=h-(T-H) ;$$

d sera positif, égal à zéro ou négatif, suivant que h est plus grand, égal, ou moindre que $T-H$.

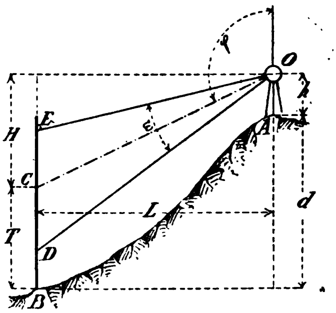


fig. 158

4e cas : L'axe optique de la lunette a une position descendante. D'après la figure 158 on a $d+h=H+T$, d'où $d=H+T-h$, et suivant que $H+T$ est plus grand, égal, ou moindre que h, d est positif, égal à zéro ou négatif.

Dans tous les cas ci-dessus nous avons supposé que la hauteur T du fil axial correspond à la moyenne arithmétique des lectures des deux fils $O\,D, O\,E$ d'un micromètre à 3 fils, mais en réalité $C\,D$ n'est pas égal à $C\,E$. La différence pourtant ne fausse pas le résultat d'une manière sensible et on peut faire des lectures courantes jusqu'à 300 mètres sous un angle de 20 grades sans tenir aucun compte de cette différence.

4° On utilise enfin le *nivellement géométrique* dont voici le principe :

Soient A, C (fig.159) deux points dont on veut relever la différence de niveau ; l'instrument installé sur un point intermédiaire S, ou lit sur deux mires placées verticalement en A et C, les hauteurs $A\,B$, $C\,D$ et on prend la différence

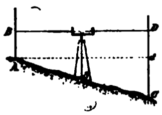


fig. 159

$$a\,C = C\,D - A\,B$$

positive ou négative suivant la position des points A et C, par rapport à S. Si l'instrument est installé sur l'un des points à niveler, on obtient directement la différence de niveau sur la mire placée sur le second point, mais il faut dans ce dernier cas tenir compte de l'excès du *niveau apparent* sur le *niveau vrai*, c'est-à-dire de l'influence de la *convexité de la terre* sur le nivellement et la *réfraction* des rayons lumineux dans l'atmosphère.

A cet effet soient S_1, S_2 la surface de la mer, S_3 un point dont nous nous proposons de déterminer la différence de niveau par rapport à S, (fig. 160), B le viseur d'un instrument installé en S_1 ; C le point visé sur une mire placée en S_2. Si l'on fait abstraction de la convexité de la terre, la différence de niveau cherchée serait

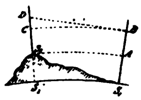


fig. 160

$$S_2\,S_3 = A\,S_1 = S_2\,C - A\,B$$

mais en réalité la visée est rectiligne et horizontale ; elle ne suit pas la courbe B C (*niveau vrai*) mais la ligne droite B D, ce qui détermine sur la mire un *niveau apparent* qui diffère du précédent d'une longueur C D (*excès du niveau apparent sur le niveau vrai*) telle que $C\,D = \frac{D^2}{2R}$ (D, distance, R, rayon terrestre)

Une autre cause d'erreur provient de la réfraction des rayons lumineux à travers les couches d'air de différentes densités. Effectivement le rayon B D n'est pas une ligne droite, mais une courbe qui s'infléchit vers le sol et coupe la mire en un point situé à une

distance y du point C, qui d'après les calculs de Delambre, Bessel, etc. varie ainsi qui suit :

Distance en mètres	Valeur de y en *mm.*
40	0.1097
50	0.1715
60	0.2470
70	0.3361
80	0.4390
90	0.5557
100	0.6860
200	2.7740
300	6.174
400	10.970
500	17.150
600	24.700
700	33.610
800	43.900
900	55.570
1000	68.600

Il est vrai que pratiquement la distance des points à niveler ne dépasse pas 100 mètres et que l'erreur dans ce cas n'atteint pas 1 millimètre, mais on peut éviter les corrections dues à la convexité de la terre et à la réfraction, en plaçant l'instrument au milieu de la distance des deux points à niveler. Dans ces conditions tant l'erreur de sphéricité que de la réfraction auront le même effet dans les deux sens. L'influence de ces deux erreurs disparaît donc quand on fait la différence entre les hauteurs des mires.

5° Quand la distance entre les deux points extrêmes à niveler est considérable, ce qui est le cas fréquent, les pentes trop fortes, les accidentalités du terrain trop prononcées, on a recours

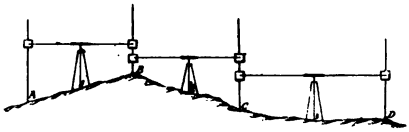


fig. 161

au *nivellement par cheminement.* Dans ce cas la différence de niveau *entre les points extrêmes A, D,* (fig. 161) nous est fournie

1° Par la différence entre la somme des pointés en avant et la somme des pointés en arrière ; 2° par la somme algébrique des différences partielles de niveau. On a ainsi le moyen de contrôler efficacement les calculs.

6° On opère par *rayonnement* quand un certain nombre de points peuvent être relevés d'une seule station et obtenir directement les altitudes sans calculer les différences de niveau.

Soient *A*, *B*, *C*, les points à niveler, *S* le centre de station ; on vise sur la mire placée sur le point initial, par exemple *A*, et on lit la hauteur l_1. (fig. 162)

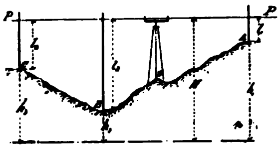


fig. 162

Etant H et h_1, les altitudes respectives du plan horizontal P P et du point initial A, on a $H = l_1 + h_1$

$$\text{Identiquement} \begin{cases} h_2 = H - l_2 \\ h_3 = H - l_3 \\ \dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

C'est à dire que l'altitude d'un point quelconque est égale à celle du plan de l'instrument diminué de la lecture de mire faite sur ce point.

En faisant la somme de ces dernières relations, on a $\Sigma h = nH - \Sigma l$, ce qui nous fournit un moyen de contrôle.

7° Cette méthode n'est presque jamais employée isolément, parce qu'il est rare que l'on puisse voir d'une seule station tous les points à niveler. On procède alors par *cheminement* et par *rayonnement*, ayant soin de rattacher une station à la suivante par des points communs intermédiaires qui doivent constituer séparément le point *final* d'une station et *initial* de la suivante.

Nivellement à visuelle libre des côtés de cheminement au moyen des cleps. — La méthode de la mesure exacte des côtés du cheminement au moyen des points de rattachement a

suggéré à M. l'ing. Villani le procédé simple de nivellement que voici :

Soient $A, B, u,$ (fig. 163) respectivement les centres des deux

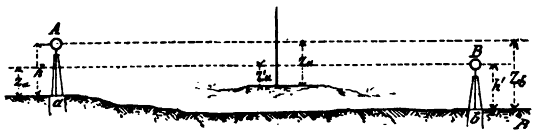


fig. 163

stations consécutives a, b, et le point de rattachement de ces deux stations ; h, z_b, z_u respectivement la hauteur du centre de l'instrument installé en a, les côtes lues sur la mire placée en b et en u.

h', z_a , z'_u les mêmes quantités visées quand l'instrument est installé en b.

D'après la figure on peut écrire immédiatement les expressions suivantes :

Pour la côte du point a, $\Delta_a\ z = -h - z_a$ (1)

» b, $\Delta_b\ z = -h' - z_b$ (2)

» u, $\Delta_u\ z = z_u - z'_u$ (3)

Ces trois valeurs de Δz devraient résulter identiques, si les observations étaient exemptes d'erreur systématique. Mais pratiquement, ce n'est presque pas possible, car, en effet, on doit toujours tenir compte du déplacement du zéro du cercle vertical, des petites erreurs de calage et des incertitudes dans les lectures des angles, etc.

Or, si nous voulons utiliser les trois valeurs susdites (1) (2) (3), il faut remarquer d'abord que la moyenne arithmétique des valeurs (1) et (2) nous offre un résultat exempt d'erreur systématique, ensuite, qu'étant donnée l'égalité approximative des distances $a\,u$, $b\,u$, l'erreur systématique n'existe pas non plus dans l'équation (3) et enfin que la demi-différence de (1) et (2) représente l'erreur systhématique résiduelle par rapport à la distance $a\,b$. On aura, par suite, en tout cas :

$$\frac{\Delta_a\ z + \Delta_b\ z}{2} = \Delta_u\ z \qquad \frac{\Delta_a\ z - \Delta_b\ z}{2} = e$$

Par conséquent si d est la distance ab, la correction angulaire à introduire dans tous les angles verticaux, pour les réduire exactememt à la verticale, exprimée en centième de grade, sera :

$$\text{Correction du zéro} = -\frac{e}{d} \times 63662.$$

En ce qui concerne l'erreur systématique, son élimination est complète, soit que le déplacement du zéro atteigne des grades entiers, ou qu'il soit représenté par une petite fraction de grade, et cela grâce à la moyenne arithmétique

$$\frac{\Delta_a\ z + \Delta_b\ z}{2}$$

Les instruments ordinairement employés pour le nivellement sont des niveaux à lunette et à bulle dont la fig. 164 représente un type

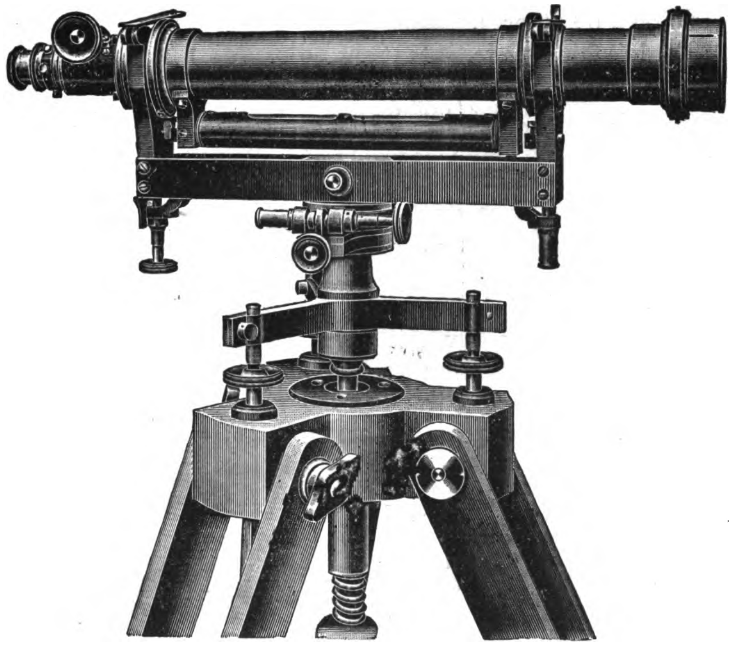


fig. 164

des plus perfectionnés dû à la maison Salmoiraghi de Milan. Il se compose d'une lunette reposant sur des fourches solidaires avec

une traverse montée sur le pivot servant d'axe de rotation. La nivelle à bulle d'air d'une sensibilité de 5″ par millimètre de déplacement de la bulle, est fixée à la lunette au moyen d'un collier. Le calage est obtenu au moyen de trois vis calantes du triangle, qui soutient le bâtis. La lunette qui présente une ouverture de 40^{mm} peut être retournée de 200^{gr} autour de son axe de figure.

Quels que soient la méthode et l'instrument employés pour le nivellement, les opérations doivent être asujetties à des règles pratiques que nous résumons ci-dessous :

1° Tous les nivellements doivent être piquetés de manière que les mires reposent toujours, soit sur un repère cylindrique en fer, soit sur un fort piquet en bois à tête arrondie ou à tête plate recouverte d'une petite plaque métallique.

2° Quand l'instrument est installé sur un point intermédiaire de deux points successifs à niveler, il ne faut pas s'exagérer la rigueur à laquelle on doit obtenir l'égalité entre les distances du niveau aux mires. Ces distances varient avec la distance des points successifs et le degré supérieur à obtenir : il suffit que cette égalité soit obtenue à 0^{m} 20 ou à 0^{m} 30 près.

3° On doit faire usage, autant que possible, de deux mires, simultanément, pour opérer avec rapidité.

4° Au moment des pointés, les mires doivent être placées parfaitement verticales, à l'aide du fil à plomb ou du niveau sphérique.

5° Dans les terrains à forte pente, il ne faut pas viser la mire à une distance inférieure de 30 centimètres du sol, afin d'éviter les effets de l'irradiation du sol.

6° Pour vérifier les opérations, s'il s'agit d'un polygone fermé, on revient au point de départ : on totalise séparément les lectures d'arrière (lectures positives) et les lectures d'avant (lectures négatives), la différence des deux totaux doit être nulle.

7° Pour effectuer le contrôle du nivellement d'un profil longitudinal, on procède à un deuxième nivellement en sens contraire, en traversant des zones de terrain différentes, mais dont les points extrèmes coïncident avec les points à niveler. Les deux résultats doivent être idèntiques. La répartition d'un écart éventuel entre les deux résultats s'effectue proportionnellement aux différences de niveau intermédiaires, si le profil relevé est accidenté, ou proportionnellement aux distances horizontales, si les déclinaisons sont faibles.

Opérations planimétriques et travail de bureau.— Les levers nécessités par les projets de chemins de fer, des voies de communication en général, s'appuyent sur une polygonale topographique unique, dont les alignemants s'éloignent constamment du

point de départ. Les angles compris entre les côtés du cheminement ne peuvent pas être contrôlés par fermeture. Il est donc nécessaire de déterminer de distance en distance l'azimut vrai d'un côté du cheminement. On a ainsi l'avantage de pouvoir vérifier si l'on peut admettre l'écart entre l'azimut vrai et l'azimut que l'on peut déduire des angles du cheminement à partir d'un azimut vrai précédemment déterminé.

L'orientement de la polygonale, la transmission de l'orientement, le rattachement des stations de cheminement, la conduite générale du travail pour la mesure des angles, des distances, le lever des points de détail, la formation des croquis, ainsi que le travail de bureau concernant le calcul des distances, des coordonnées rectangulaires et les altitudes, etc., ces opérations sont semblables à celles que nous avons énoncées à propos des levers des plans.

Avantages de la méthode tachéométrique. — La méthode tachéométrique dans les levers planimétriques et altimétriques, offre sur l'ancienne méthode du chaînage, les avantages que l'on peut résumer de la manière suivante :

1° Elle exige, à travail égal, un nombre de brigades inférieur à celui nécessaire avec les autres méthodes ; 2° les agents instruits sont en moindre proportion dans chaque brigade, d'où une plus grande facilité de recrutement du personnel et une sensible économie dans l'ensemble des opérations ; 3° elle se prête à la division du travail et, par suite, elle offre l'avantage inappréciable de la rapidité d'exécution des plans d'études ; 4° elle est plus méthodique que les anciens procédés classiques, tant pour les travaux de campagne que pour ceux de bureaux ; 5° les levers au tachéomètre peuvent être effectués sans aucun dommage pour les cultures, les porte-mires n'ayant à circuler qu'entre les limites des parcelles ou aux extrémités des zones et l'opérateur n'est pas obligé à des emplacements forcés pour établir les stations ; 6° on peut effectuer simultanément le lever planimétrique et altimétrique du territoire proposé, dans ses moindres détails ; 7° les lectures des distances et des angles, surtout avec les instruments les plus modernes, atteignent une extrême précision; 8° elle permet de contrôler rapidement et exactement toutes les opérations effectuées et de rechercher l'emplacement et le moyen de corriger les erreurs commises.

Nous complétons l'exposé sommaire des levers des plans d'études en donnant ci-contre le fac-simile d'une page de carnet tachéométrique pour les opérations courantes :

Fac-simile d'une page de carnet tachéométrique

INDICATION des Stations	Hr de l'inst en Son	Nos des points	ANGLE		Lecture des FILS	Nombres générat^{rs}	Hr du Pointage du Fil axial sur la Mire		DISTANCE Hle	Hr Vle	DIFFÉRENCE		ALTITUDE		OBSERVATIONS
			Horizontal	Vertical			suivt les dons	en Mètres	$g \sin^2 V$	d	en Mont H—T	en desct H+T ou T—H	de L'INSt	du POINT	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
				V		g		T	d	H	+	—			

Dans la 1re colonne on inscrit les stations en les désignant par des lettres alphabétiques majuscules A, B, C,... Dans la 3e les points levés sont indiqués par des numéros 1, 2, 3,... On calcule à part, le cas échéant, les valeurs moyennes des angles et on les inscrit dans les colonnes 4, 5. Si le micromètre est à 3 fils horizontaux on inscrit immédiatement dans la colonne 6 les deux côtes lues sur la mire, et dans la colonne 7 le nombre générateur. Ce dernier calcul, ainsi que les autres nécessaires pour remplir les colonnes 8 à 15 sont faits au bureau.

Le calcul de la formule $g \sin^2 V$ est effectué rapidement au moyen des règles ou des tables dressées à cet effet.

Les tables les plus connues sont les suivantes :

Soldati — Tavole tacheometriche centesimali
Jadanza — » » »
Orlandi — » » »
Cuartero — Tablas Taquimetricas
Bassi — Tavola numerica della riduzione all'orizonte
Salmoiraghi — Nouvelles tables des coordonnées rectangulaires, et tables auxiliaires tachéométriques centésimales, 1901 Milan.

On remplit ensuite les colonnes 11, 12, 13, d'après les indications exposées à propos du nivellement tachéométrique et l'on obtient enfin l'altitude des points (colonne15), en ajoutant ou en retranchant de la valeur inscrite dans la colonne 14 les chiffres des colonnes 12 et 13. La colonne 16 est réservée à la description des points intéressants ou spéciaux.

FIN

TABLE DES MATIÈRES